

GPS im Matheunterricht ... Grundvorstellungen „erfahren“

Daten / Manuskripte

www.riemer-koeln.de

w.riemer@arcor.de

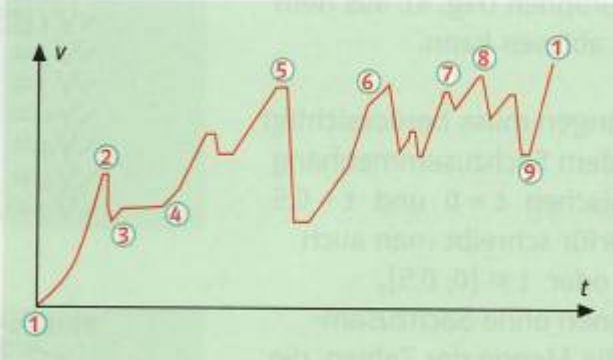
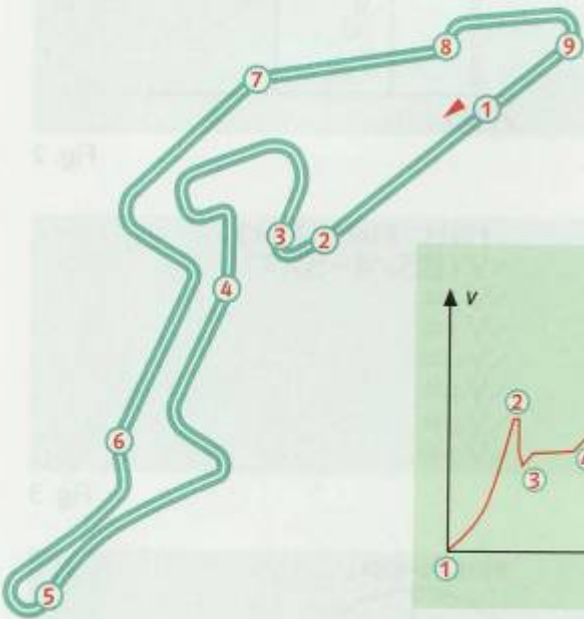
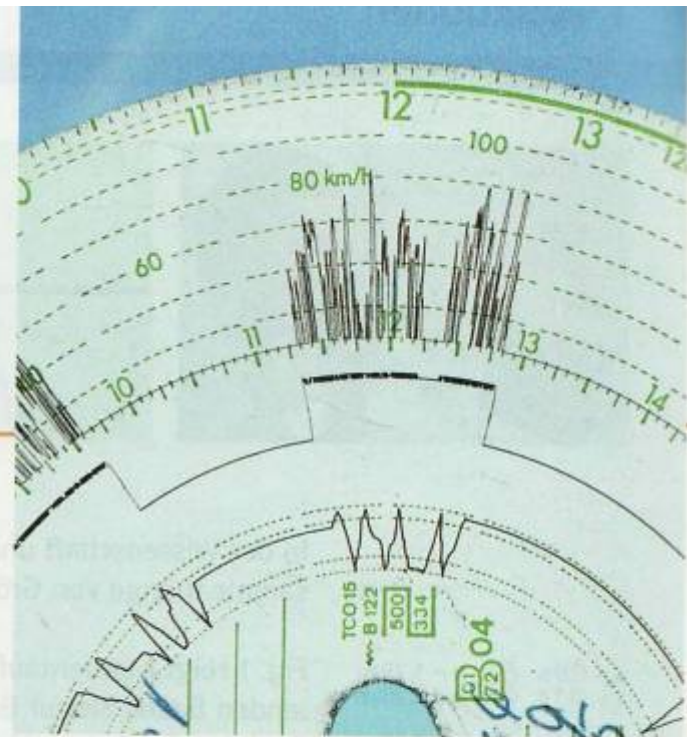
Lambacher-Schweizer

Einführungsphase

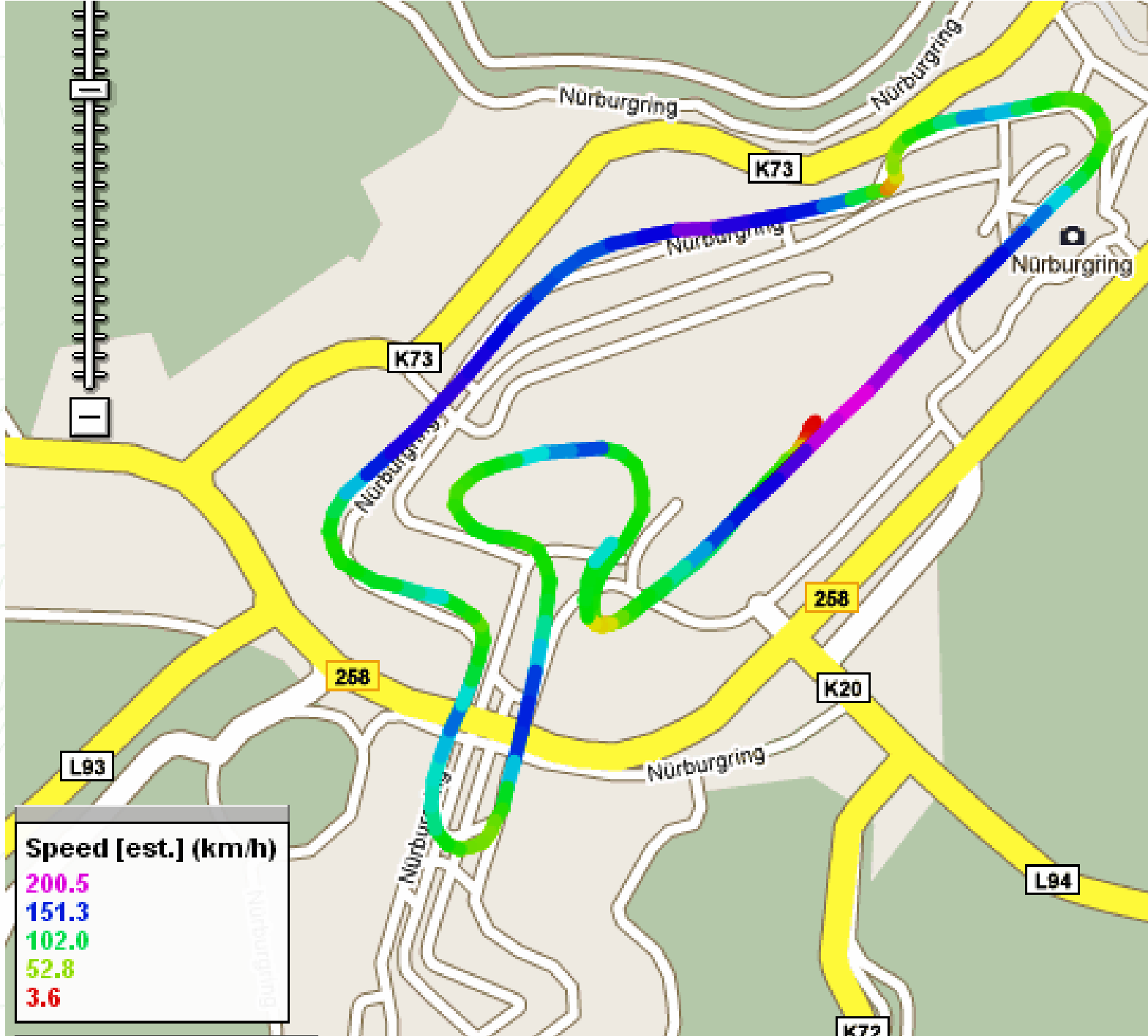
Qualifikationsphase

Der genaue Blick auf Veränderungen

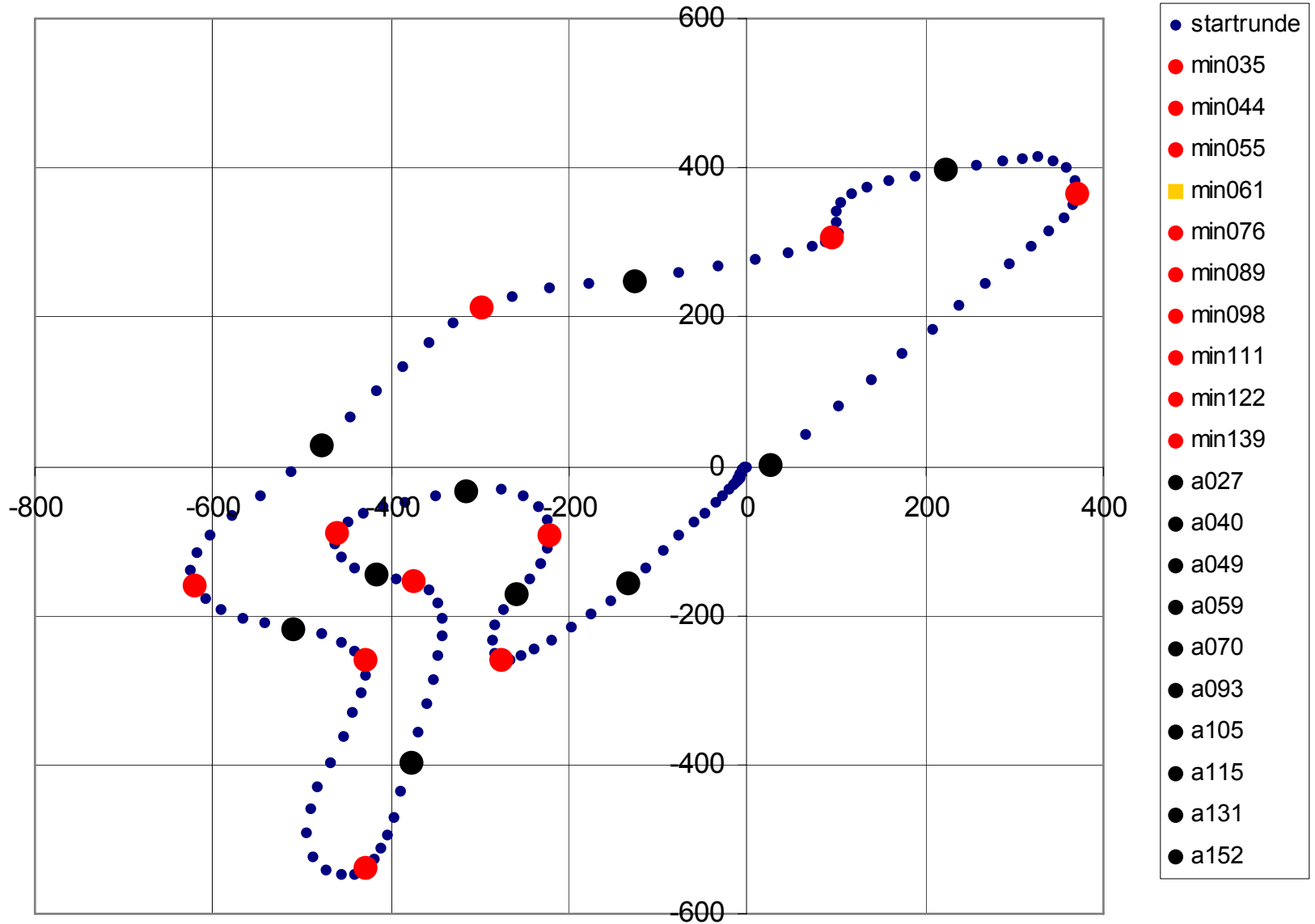
Der Graph gibt die Geschwindigkeit eines Autos während einer Fahrt an. Mithilfe des Graphen lässt sich bestimmen, wann das Auto beschleunigt oder abgebremst wurde.

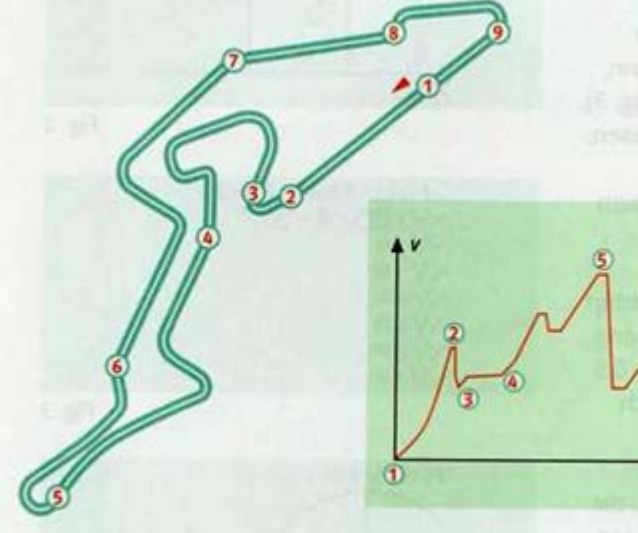




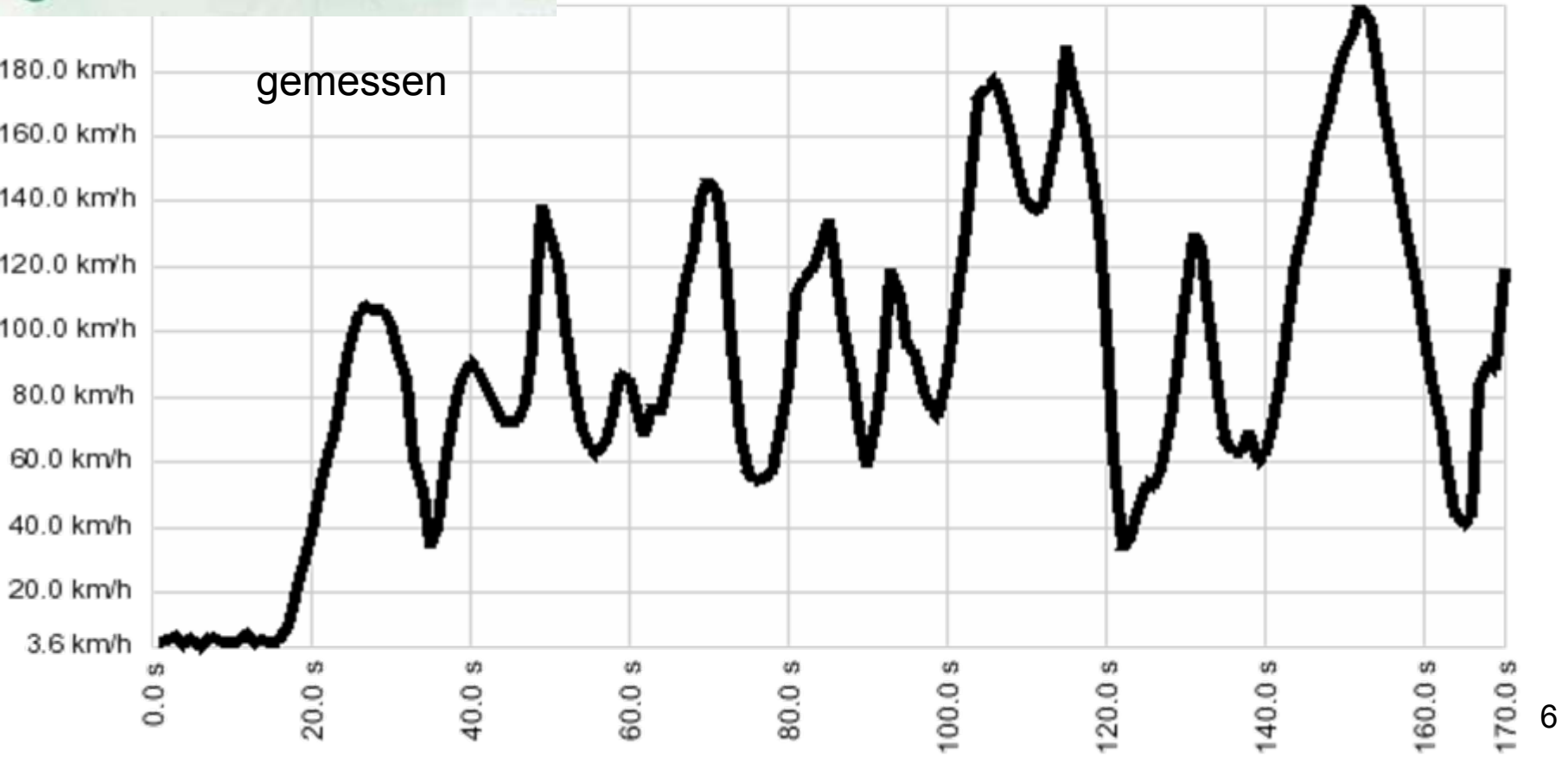


1. Runde mit Punkten minimaler/maximaler Geschwindigkeit

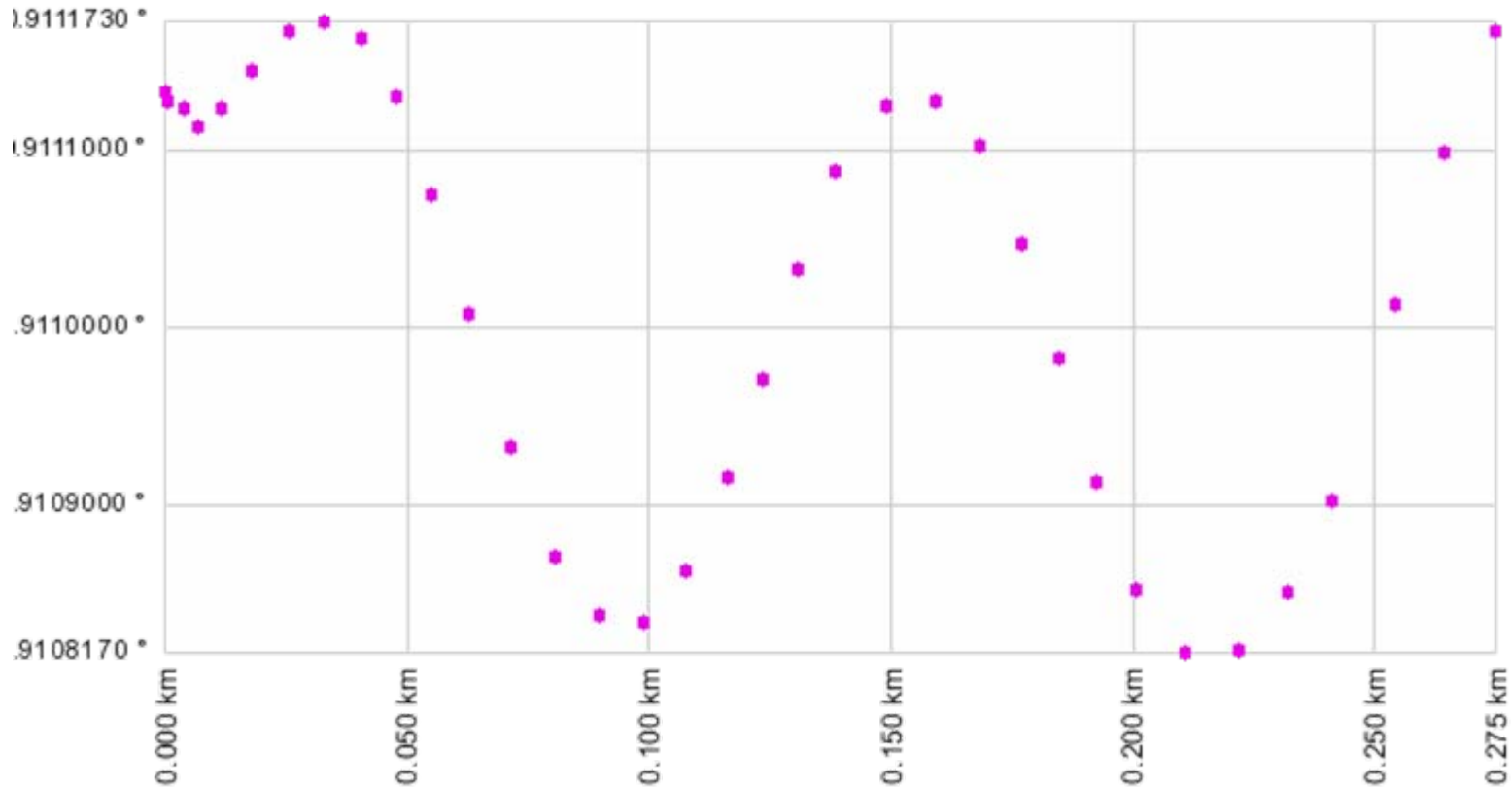




<- ausgedacht

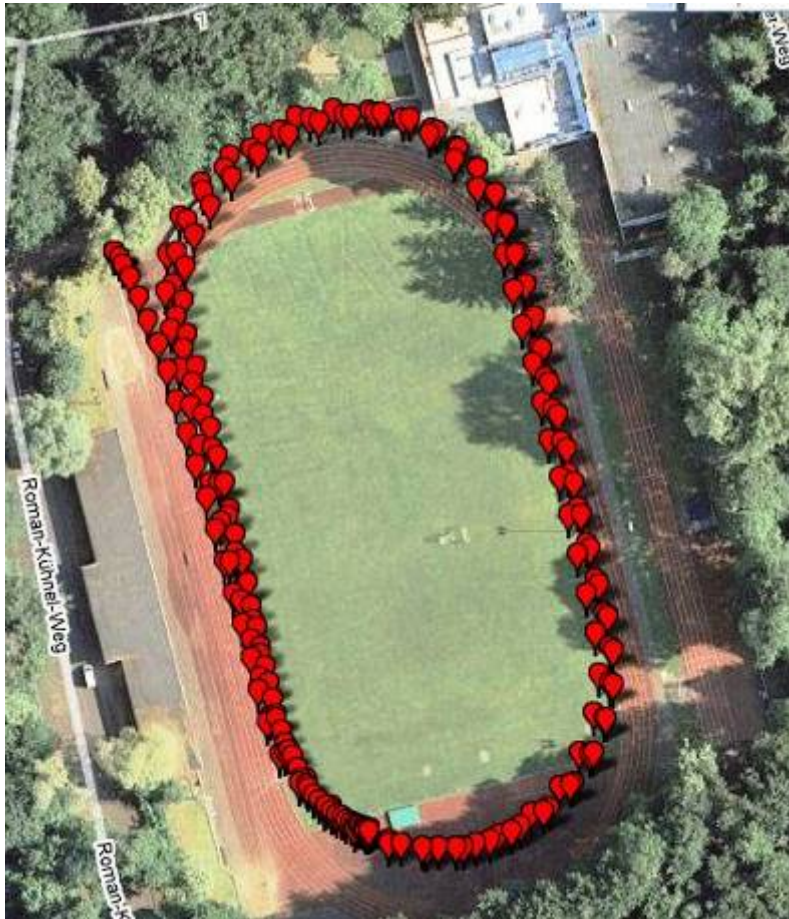


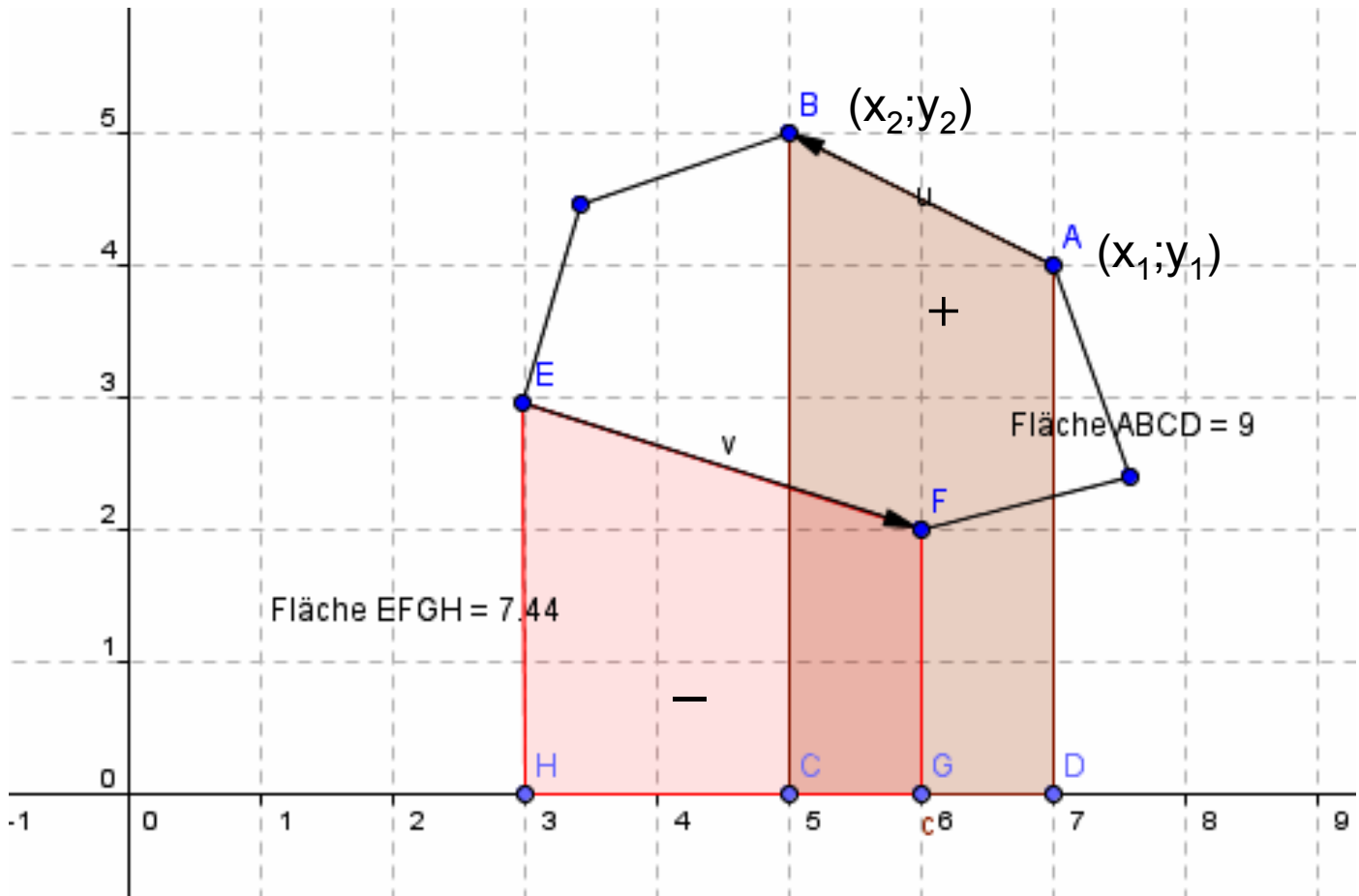
Sinusfunktion im Kreisel „erfahren“ Geographische Breite in Abhängigkeit von der Strecke (Bogenmaß)



created by GPSVisualizer.com

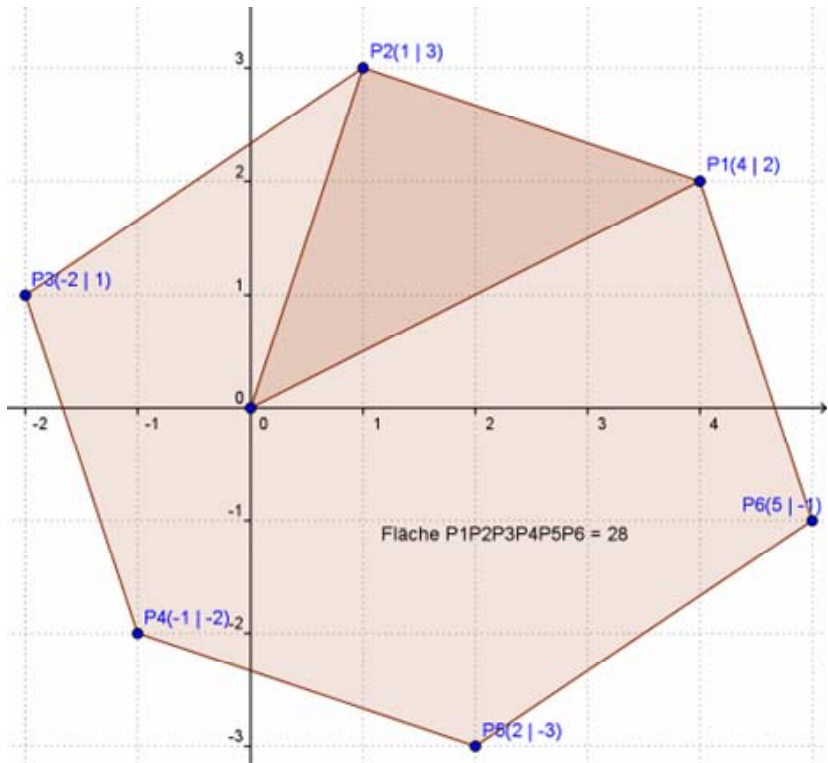
Trekking Navis
messen Flächen
... notfalls auch die
Kreiszahl π ...





$$(x_1 - x_2) \cdot (y_1 + y_2) / 2$$

Gauß Schuhbandformel



i	x _i	y _i	x _i ·y _{i+1} - y _i ·x _{i+1}
1	4	2	
2	1	3	10
3	-2	1	7
4	-1	-2	5
5	2	-3	7
6	5	-1	13
7	4	2	14
		Σ/2	28

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 (x_i \cdot y_{i+1} - y_i \cdot x_{i+1})$$

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^7 (x_{i-1} - x_{i+1}) \cdot y_i$$



GPS Visualizer

- [Home](#)
- [DRAW A MAP](#)
- [DRAW A PROFILE](#)
- [CONVERT FILE](#)

- [Geocode an address](#)
- [Look up elevations](#)
- [Google Earth overlay](#)
- [Split a Forerunner file](#)

- [Calculators](#)
- [GPSBabel](#)
- [Help/FAQ](#)
- [Examples](#)

- Partner sites:
- [GlobalMotion.com](#)
 - [EveryTrail.com](#)

Ads by Google

[TABLET PC GPS](#)
Lightweight, sturdy & low-power-consumption. With Intel® Core 2 Duo
[www.GETAC.com](#)

[Global Mapper](#)
View, merge, contour, convert DEMs.
Download a free demo today.
[www.GlobalMapper.com](#)

[Easy Charts & Graphs](#)
Create Great-looking Charts Better than Excel. Free Trial!
[www.SmartDraw.com/2009](#)

[Track your GPS adventures](#)
Annotate GPS tracks with photos, videos and text. Free to download!
[www.Track-n-share.com](#)

[Handy Navigation & GPS](#)
The Best Navigation

Ads by Google

[GPX](#)

[GPS Google](#)

[Free GPS Map](#)

[GPS Satellite](#)

[Track Cell Phone](#)

Draw a profile

This form is for plotting profiles -- e.g., elevation profiles -- from GPS tracks. You can choose the units for both the X and Y axis. The Y=altitude, but in fact you can make a graph of any field that's part of your data.

If you have a file that does not contain any elevation information (or the URL of a route you created using Google Maps' driving directions using the new feature labeled "Add DEM elevation data" ([read more about elevation](#)).

General parameters

[show advanced options \[+\]](#)

OUTPUT FORMAT: PNG -- better than JPEG for profiles ?

Profile width: pixels ? Profile height: pixels ?

Profile margin: pixels (added to width & height on all sides) ?

Units: Metric ? Title:

X-Axis: Time ? X divisions: ?

X min.: X max.: ?

Y-Axis: Speed ? Y divisions: ?

max.: ?

Add DEM elevation data

Drawing options

[show advanced options \[+\]](#)

Drawing mode:

Colorize by: H

Track dividers:

- Speed
- Course/heading
- Slope
- Climb rate
- Satellites
- HDOP
- SNR
- Heart rate
- N
- custom

Line width: ?

Min: Max: ?

Use distance: Yes ?

Upload your GPS data files here: ?

(Total size of all files cannot exceed 1.5 MB)

File #1:

File #2:

File #3:

Or type/paste your data here: ?

latitude, longitude, altitude

Or provide the URL of data on the Web:

Or draw a cross-section between two points:

Point 1: Point 2:

Number of trackpoints to interpolate:

Tracks sind kleine Textdateien



+	VERBATIM (D:)				
+	Garmin Oregon (E:)				
+	Garmin				
+	Debug				
+	GPX				
+	Archive				
+	Current				
+	Temp				
+	Karten				
		JAN-06-10 174741.gpx	143 KB	GPX-Datei	06.01.2010 16:47
		JAN-29-10 132949.gpx	214 KB	GPX-Datei	29.01.2010 12:29
		MRZ-07-10 182010.gpx	264 KB	GPX-Datei	07.03.2010 17:20
		NOV-22-09 164405.gpx	68 KB	GPX-Datei	22.11.2009 15:44
		OKT-02-09 170253.gpx	43 KB	GPX-Datei	02.10.2009 15:02
		OKT-06-09 115240.gpx	272 KB	GPX-Datei	06.10.2009 09:52
		OKT-06-09 193939.gpx	175 KB	GPX-Datei	06.10.2009 17:39
		OKT-07-09 145945.gpx	131 KB	GPX-Datei	07.10.2009 12:59
		OKT-09-09 145512.gpx	248 KB	GPX-Datei	09.10.2009 12:55
	

Tracks im Editor

```
<trkpt lat="50.333977" lon="6.944810">  
  <time>2009-08-10T10:49:32Z</time> </trkpt>  
<trkpt lat="50.333965" lon="6.944802">  
  <time>2009-08-10T10:49:33Z</time></trkpt>
```

Genauigkeit:

Lat=Breite N-S: 0,000001 = 0,11m (überall)

Lon=Länge O-W: 0,000001 = 0,07m (NRW)

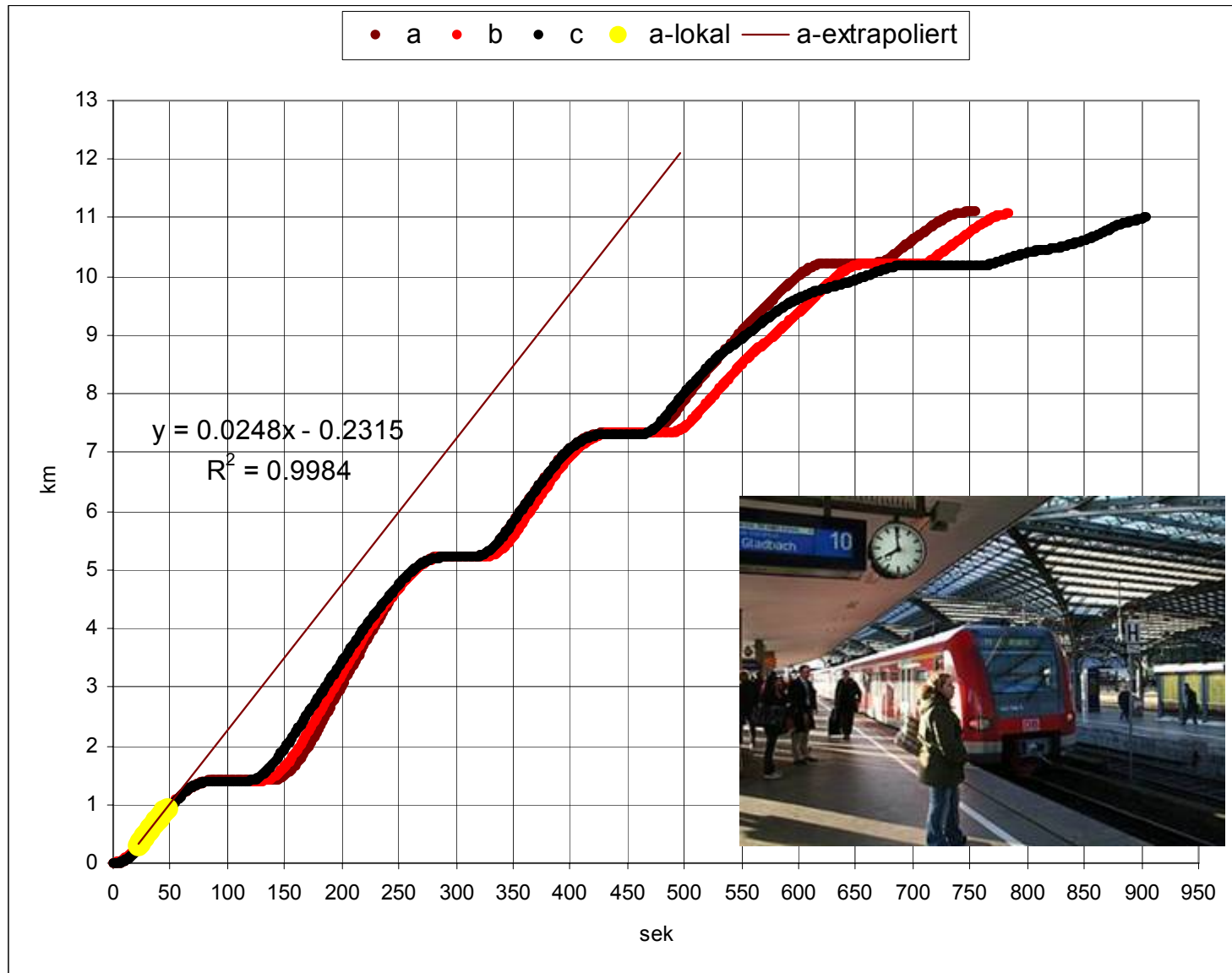
$\Delta\text{lat} = -0.000012^\circ = 1,3\text{m}$ nach Süden

$\Delta\text{lon} = -0.000008^\circ = 0,7\text{m}$ nach Westen

$\Delta s = 1,5\text{m (je s)} = 5\text{km/h}$ (nach SSW)

... so kann man auf dem Schulhof den Erdradius messen ...

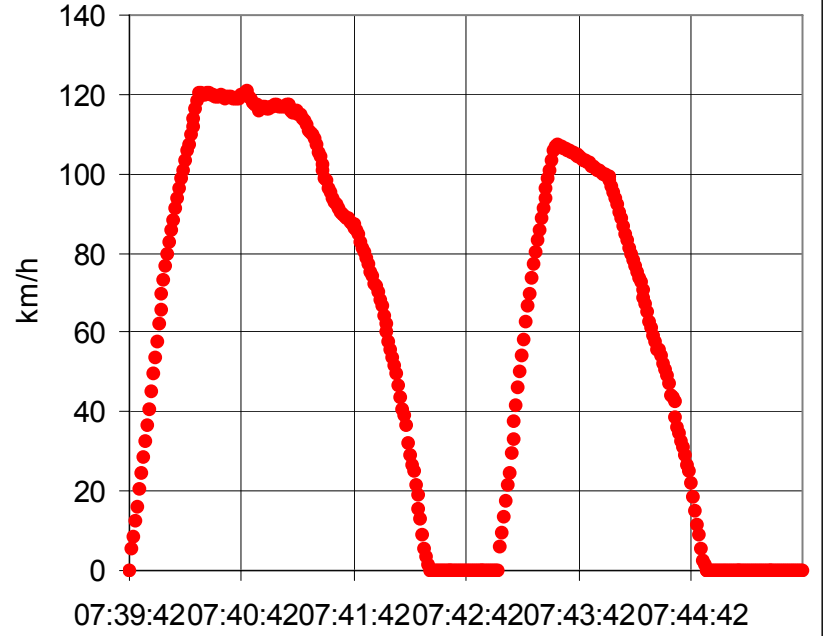
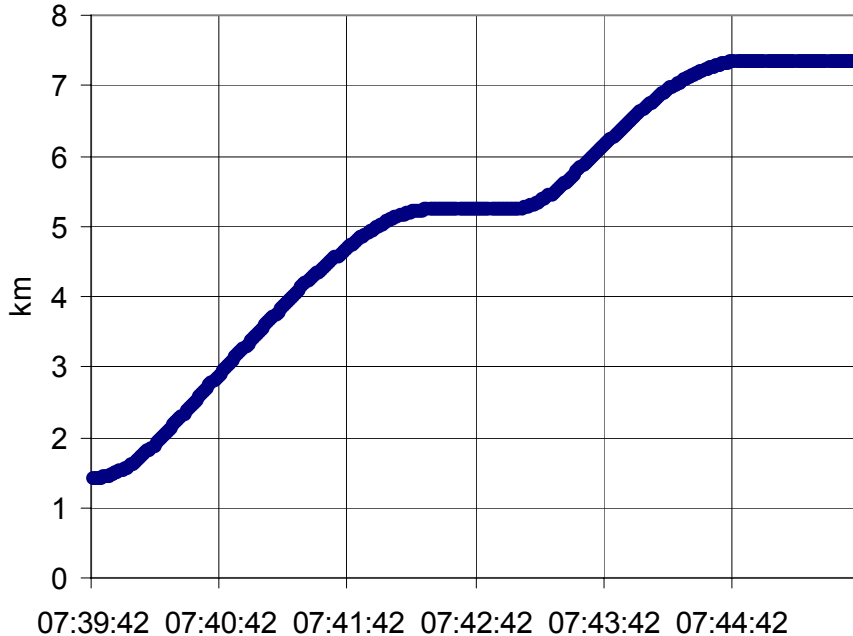
Mit der S12 von Köln-Weiden über HBF ... in die Analysis (Frau Meyer)



a) Welche Informationen list Du ab über die S-Bahn-Fahrt zwischen Köln-Lövenich und Ehrenfeld? (Frau Jacobi GK10)

blaue Partner

rote Partner



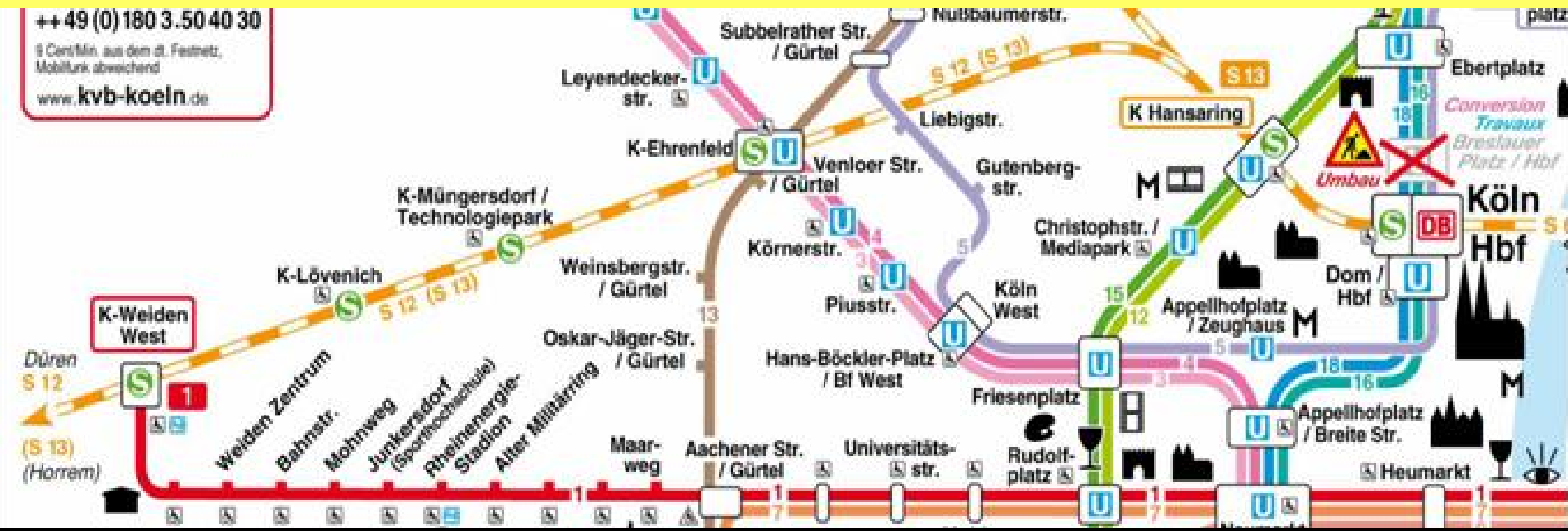
b) Wie hängen blaue mit roten Ergebnissen zusammen? Wie hätte man rote aus blauen, blaue aus roten erhalten können?

c) blaue Parabelstückchen \equiv rote Geradenstückchen

WARUM MUSS das so sein? Grundvorstellung Integral

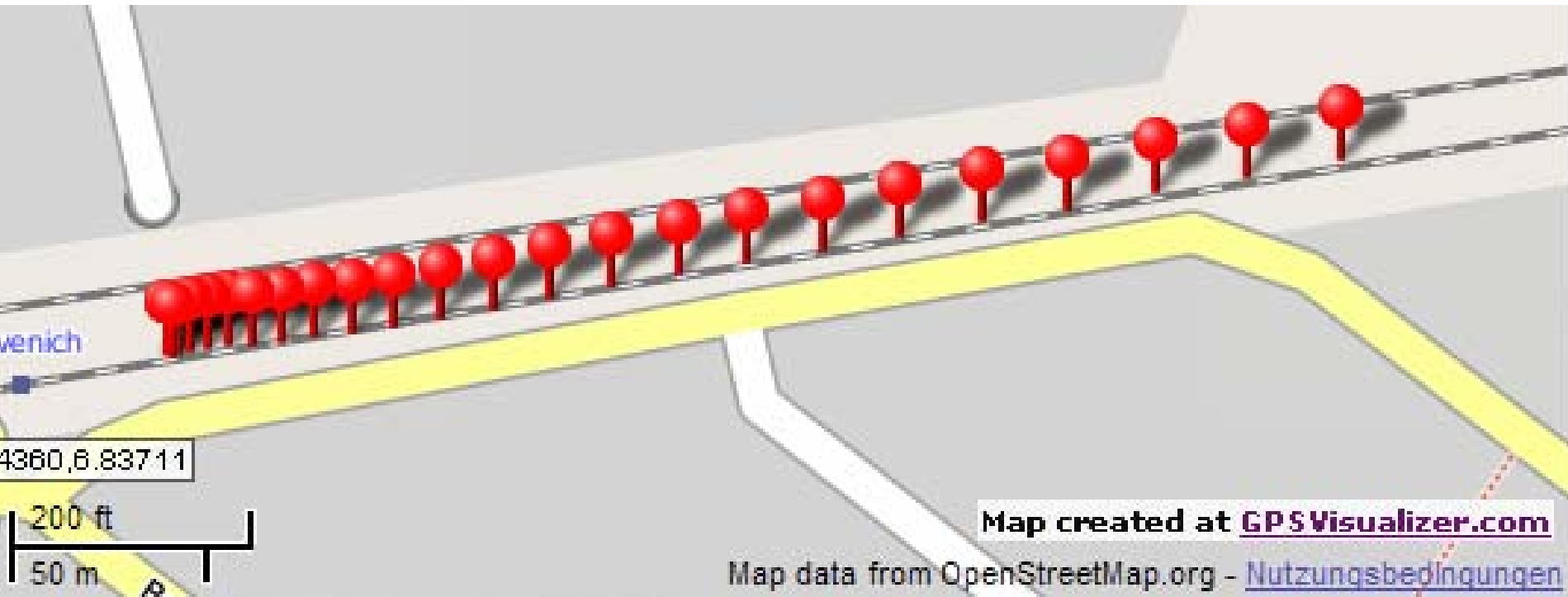


Im Netz gibt es verschiedene Pläne für Touristen. Vergleicht die Linie der S 12 auf den beiden Plänen und begründet mithilfe der Graphen, welcher Plan die Realität besser beschreibt

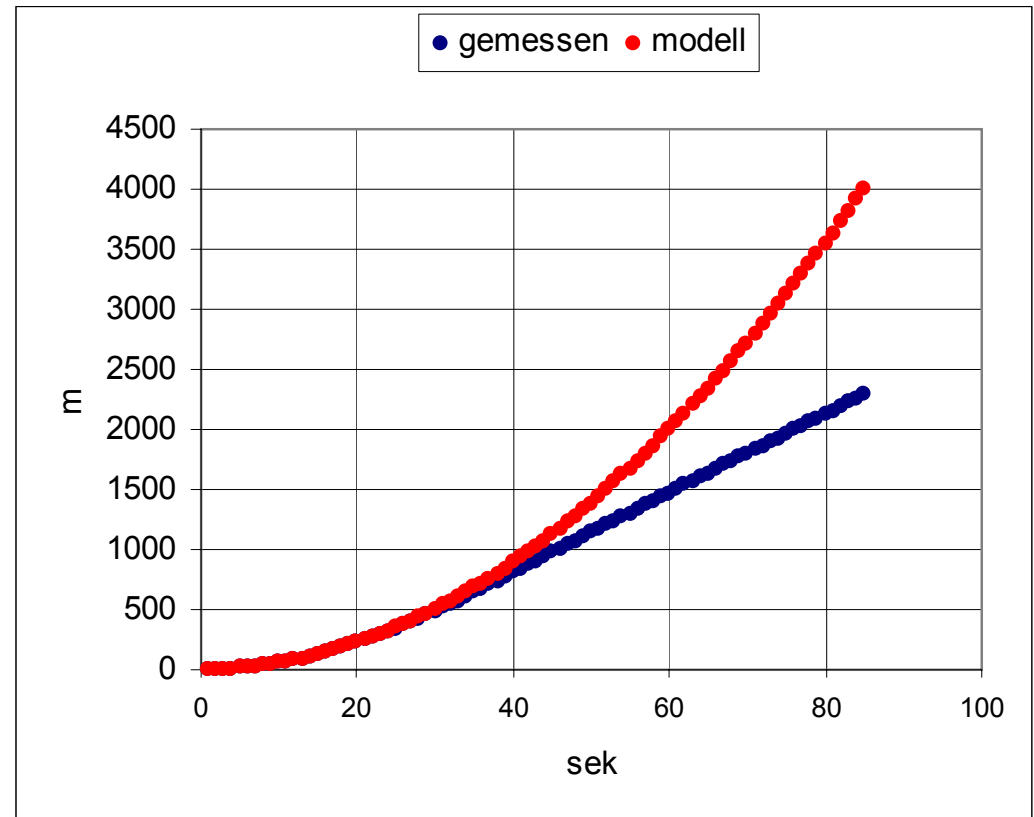
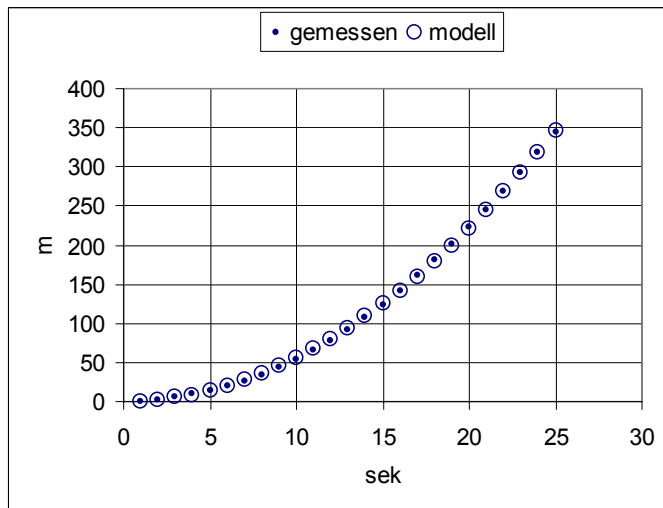
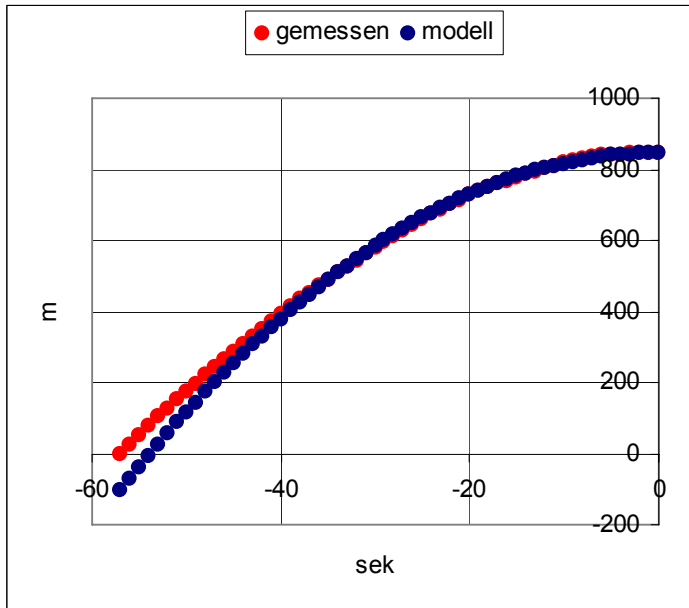


Abfahrt in Köln-Lövenich

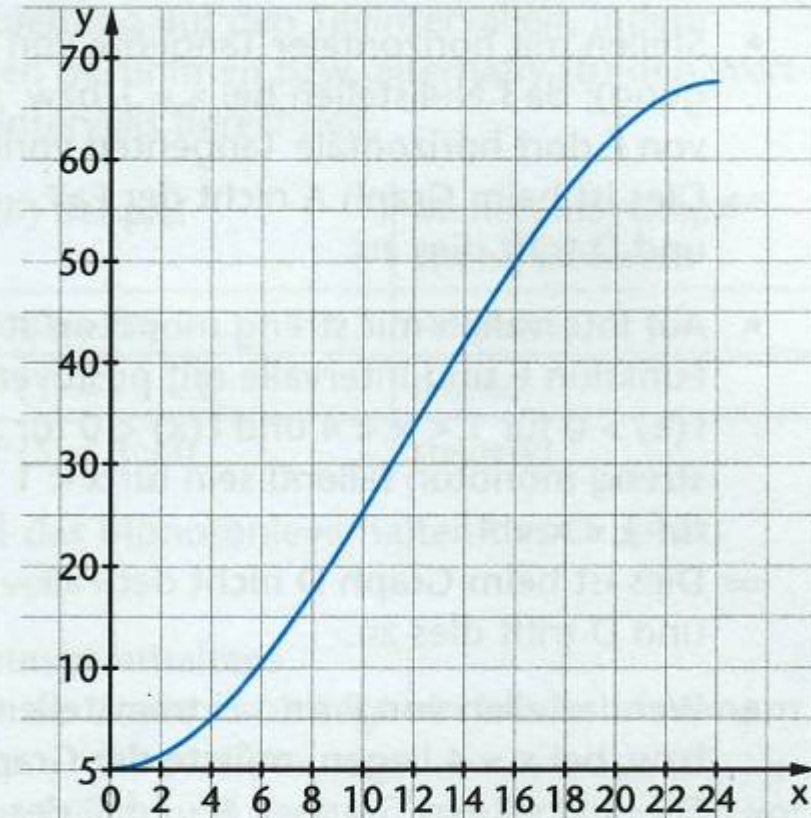
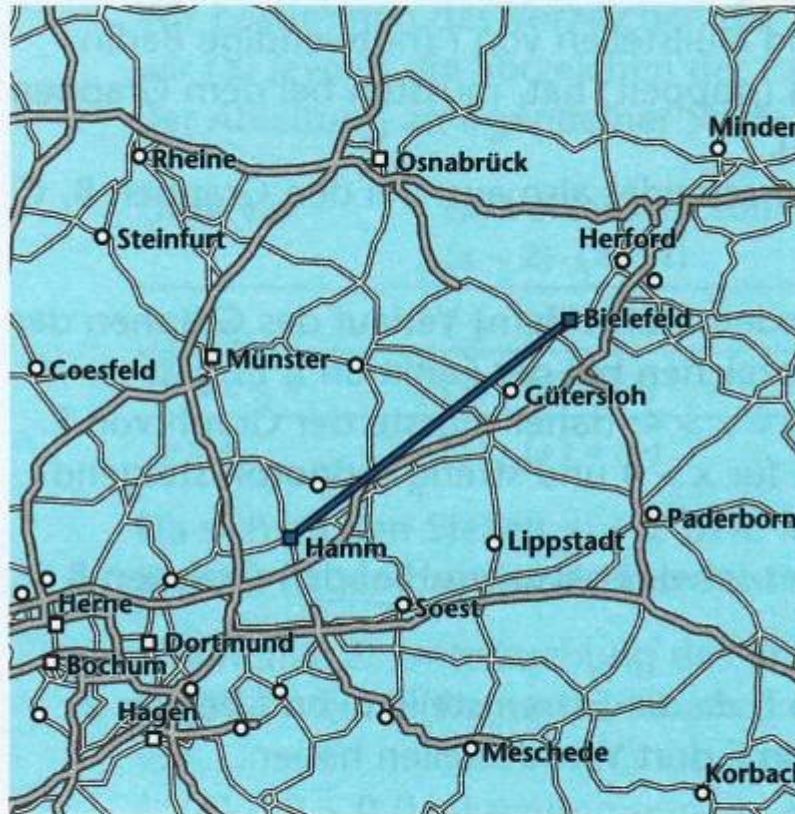
(Jürgensen 8a)



Modellbildung in Lövenich



Aufgabe 5 ICE-Fahrplan



Ein ICE benötigt für die etwa 67 km lange Strecke von Hamm/Westfalen nach Bielefeld Hbf. ungefähr 24 Minuten (= 0,4 h). Die Fahrt kann näherungsweise durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion 3. Grades modelliert werden.

Sicher zur Zentralen Klausur am Ende der Einführungsphase!

Passgenau und aktuell – dieses Heft bereitet optimal auf die Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase in Nordrhein-Westfalen vor.

Der abgebildete Graph hat die Funktionsgleichung $f(x) = -0,0097 x^3 + 0,35 x^2$.

- (3) Zu welchem Zeitpunkt ist die Geschwindigkeit des Zuges am größten? Wie groß ist diese Höchstgeschwindigkeit? Vergleichen Sie diese mit der Durchschnittsgeschwindigkeit auf der Strecke. E2 F6 F7 F8

Die Höchstgeschwindigkeit ist:


$$f'(12) = -0,0291 \cdot 12^2 + 0,7 \cdot 12 \approx 4,21 \text{ km/min} \approx 253 \text{ km/h.}$$

Dagegen gilt für die Durchschnittsgeschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{67 \text{ km}}{24 \text{ min}} = \frac{67}{24} \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 167,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



Strecke Hamm - Hannover

Tommyboy  OWL, Dienstag, 23. Dezember 2008, 17:49 (vor 788 Tagen) @ hünfeld

bearbeitet von Tommyboy, Dienstag, 23. Dezember 2008, 17:53

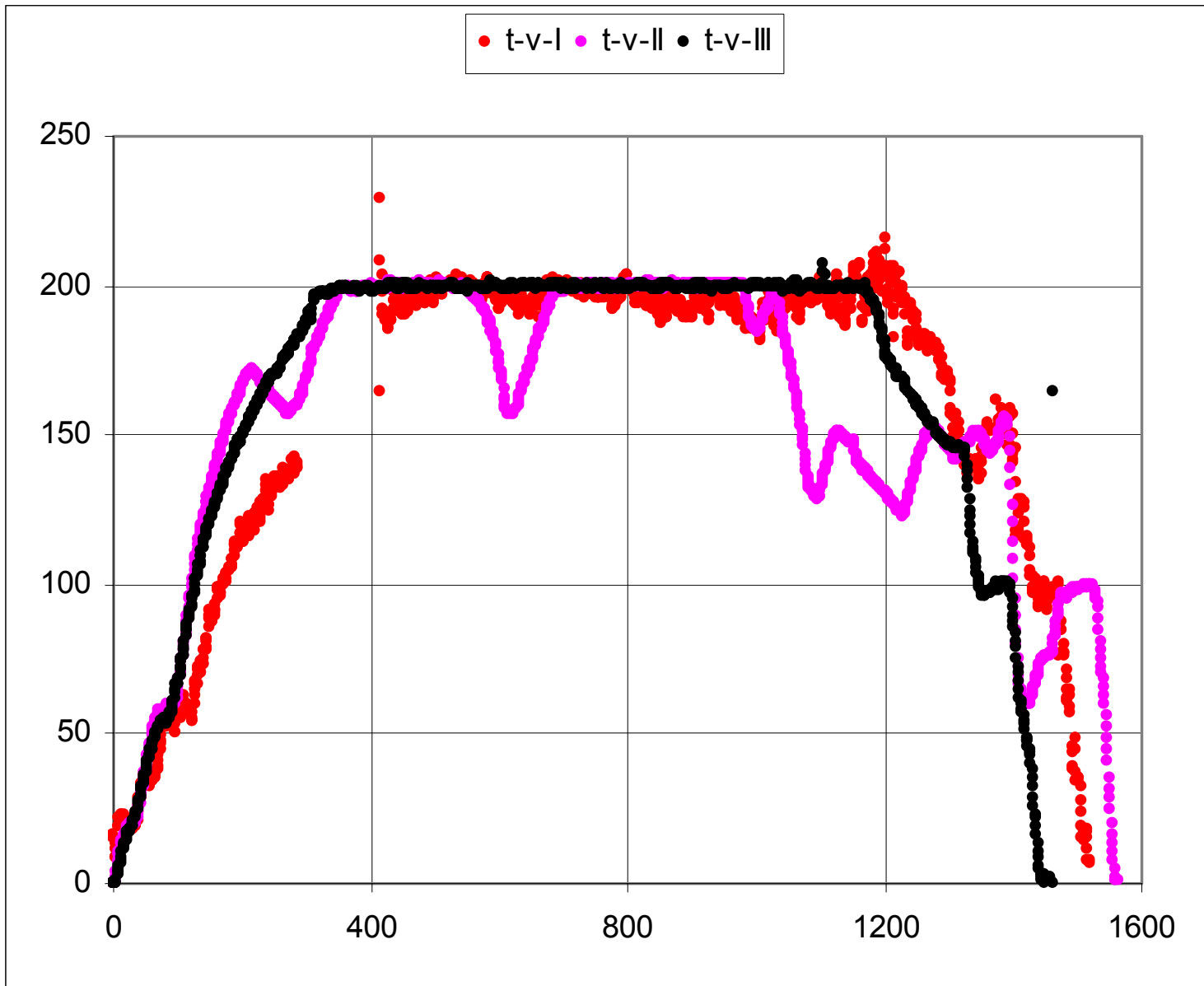
Hallo Daniel,

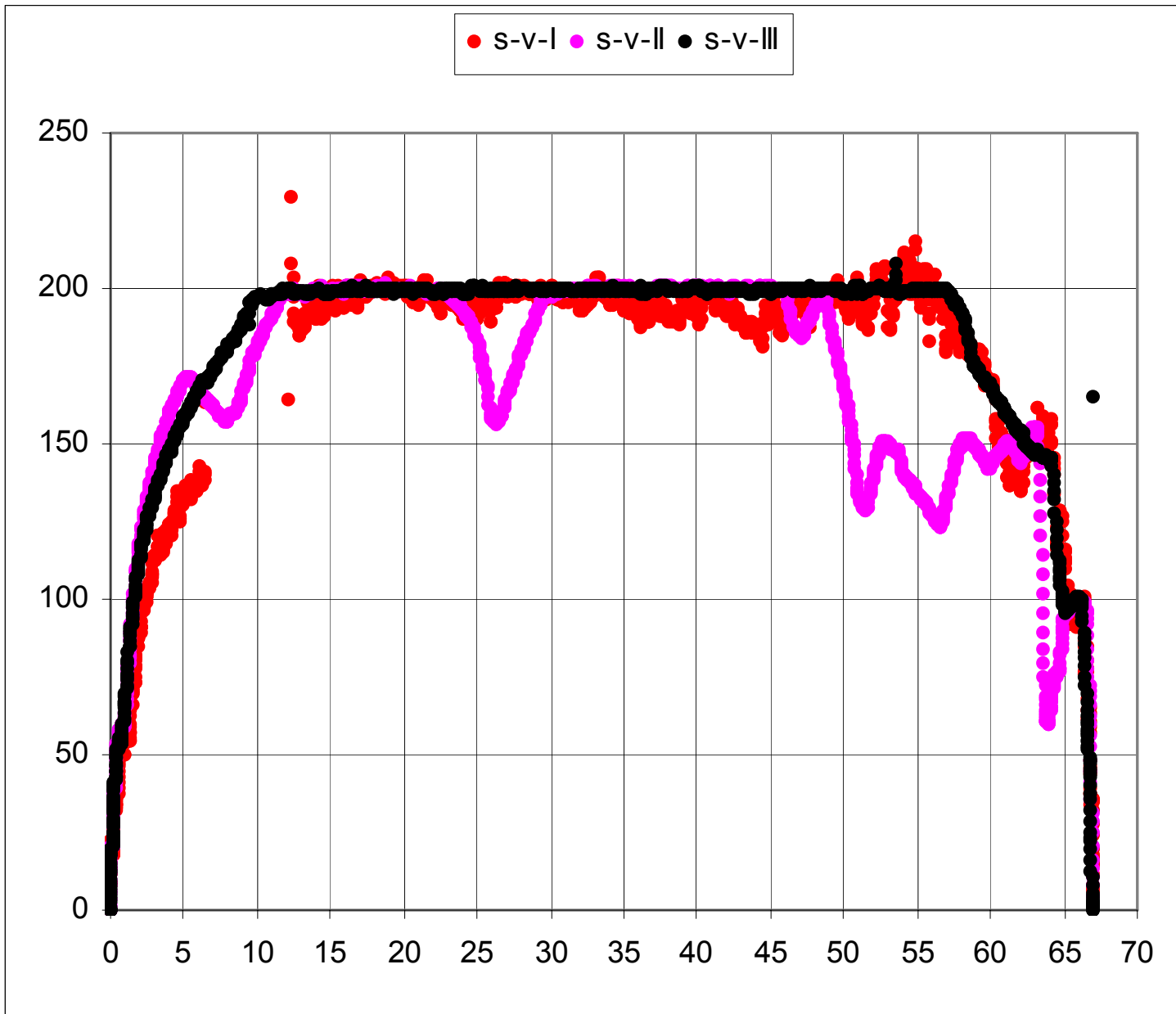
die Strecke hat auf dem längsten Teil 4 Gleise, wobei die KBS 400 (Hamm-Bielefeld) für 200 km/h ertüchtigt ist. Die Güter- und Personenbahn wechseln sich ab (in Heessen und Brackwede), liegen also jeweils einmal eher östlich und westlich. Nach Minden geht's allerdings nur noch auf 2 Gleisen weiter, teilweise auch mit 200 km/h.

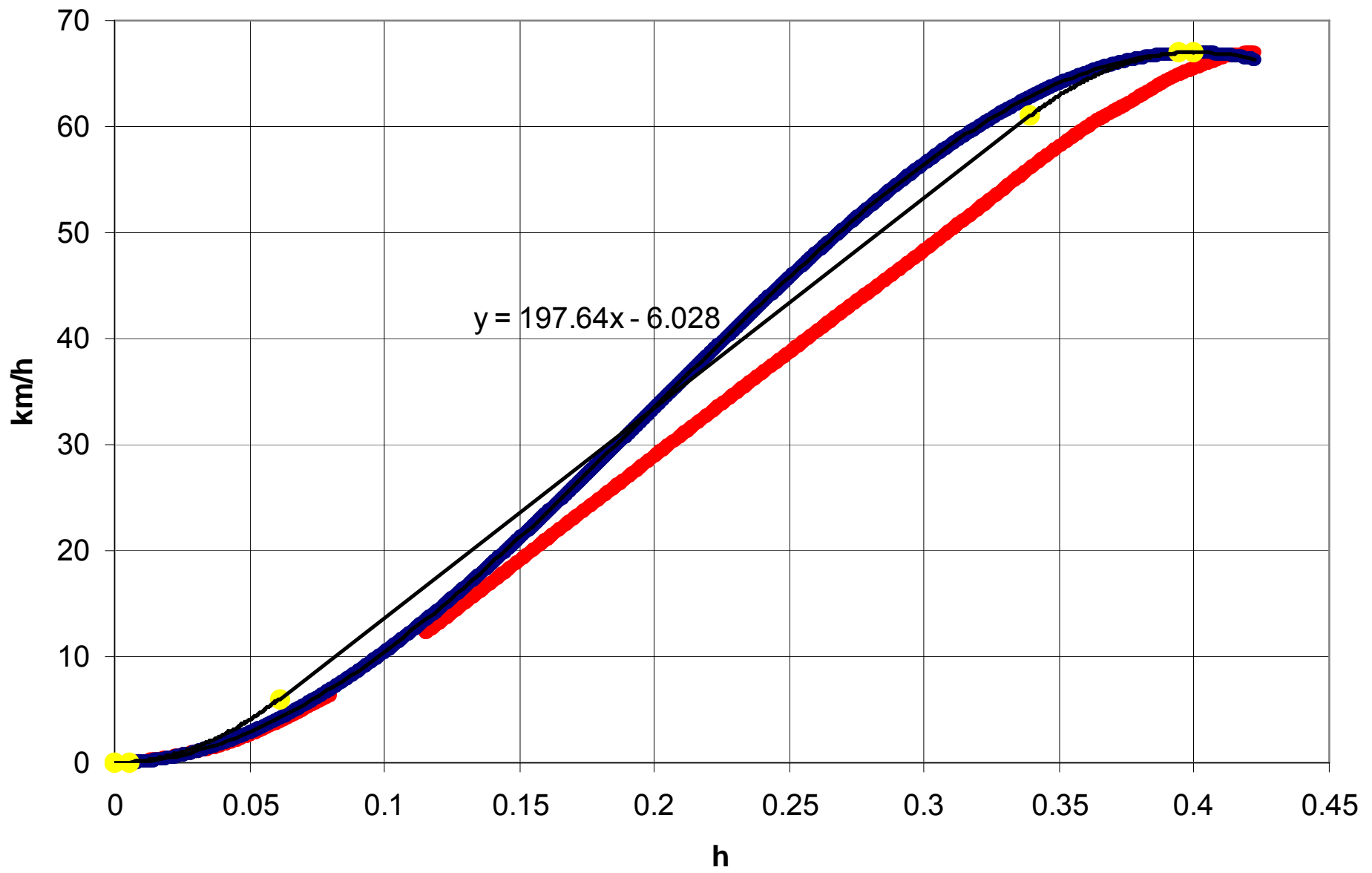
Auf dieser Strecke wird der gesamte Verkehr vom Ruhrgebiet nach Berlin abgewickelt (von den IC's über die MDV mal abgesehen), es fahren stündlich ICE-Züge (mit Halt in Hamm und Bielefeld), alle 2 Stunden IC-Züge nach Leipzig (Halt in Hamm, Gütersloh, Bielefeld, Herford, Bad Oeynhausen und Minden), diverse WE-Verstärker sowie RE/RB-Linien (z.B. Düsseldorf-Hamm-Minden stündlich). Und natürlich auf der G-Bahn der Güterverkehr.

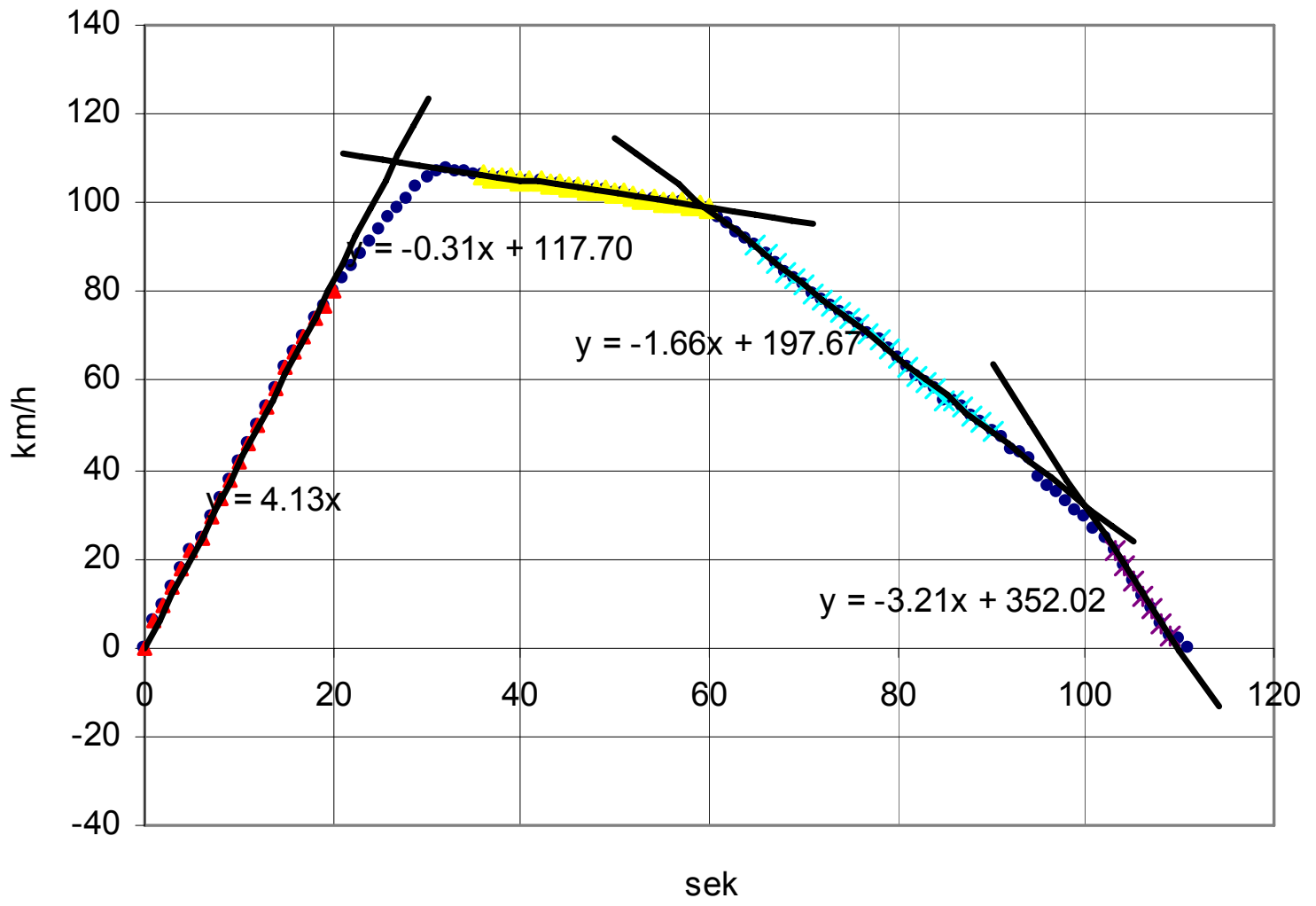
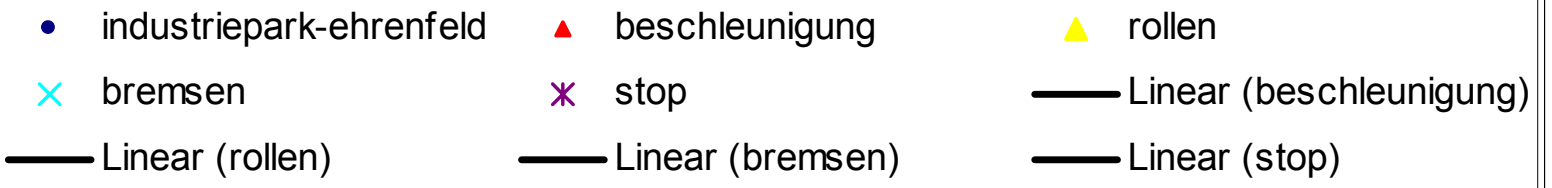
Was ist an dieser Strecke so besonders? Ich fahre die fast täglich und außer "Verfolgungsfahrten" der RE's mit Güterzügen bzw. gelegentlichen Umleitungen über die Güterbahn ist mir da im Gegensatz zu anderen KBS nicht Besonderes aufgefallen, auch landschaftlich nicht.

Gruß
Tommyboy









Modelle prüfen

2 Triebwagenzüge von U-Bahnen und S-Bahnen fahren besonders wirtschaftlich, wenn sie in einer Anfahrphase konstant beschleunigt werden, dann ausrollen und schließlich abgebremst werden. In diesem Fall kann die Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine stückweise lineare Funktion beschrieben werden mit z. B.

$$v(t) = \begin{cases} 3,6t & \text{für } 0 \leq t < 20 \quad (\text{Anfahrphase}) \\ -0,2(t - 20) + 72 & \text{für } 20 \leq t < 30 \quad (\text{Ausrollphase}) \\ -4(t - 30) + 70 & \text{für } 30 \leq t \quad (\text{Bremsphase}) \end{cases} \quad \text{mit } t \text{ in Sekunden und } v \text{ in } \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

a) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $t \mapsto v(t)$. Lesen Sie ab, nach wie viel Sekunden der Zug wieder hält. Berechnen Sie den genauen Wert dieser Nullstelle.

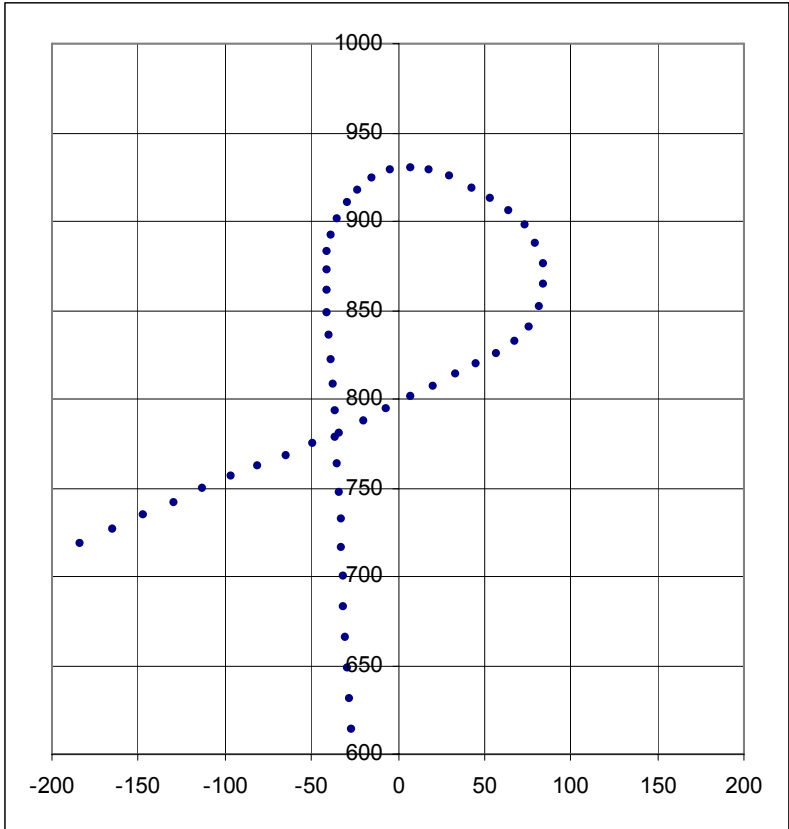
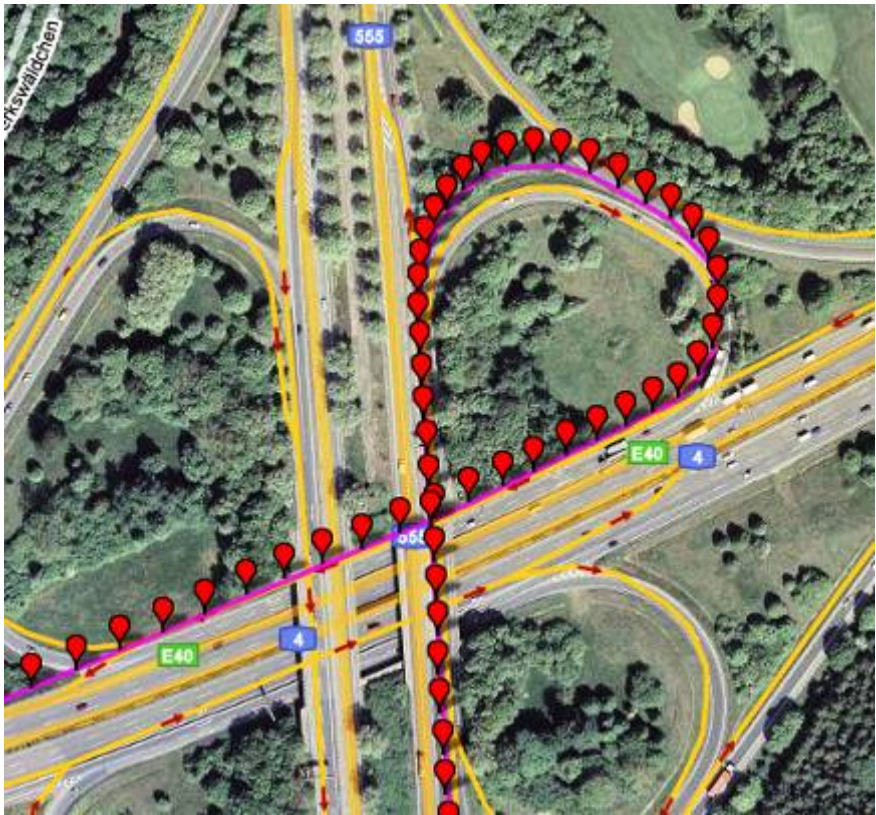
b) Aufgrund einer Verspätung beschleunigt der Triebwagenführer 24,5 s lang und bremst dann sofort ab. Zeichnen Sie den Graphen der zugehörigen Zeit-Geschwindigkeits-Funktion. Lesen Sie ab, wie viel Sekunden der Zeitgewinn etwa beträgt. Versuchen Sie den zugehörigen Energie Mehraufwand abzuschätzen.

Zentrale Prüfungen ... Kompetenzorientierung

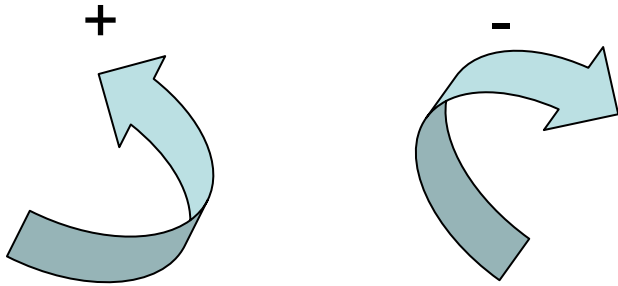
1. Die Bearbeitung zusammenhangloser Testaufgaben, von denen jede in durchschnittlich fünf Minuten zu bewältigen ist, ist kein Abbild einer soliden mathematischen Tätigkeit. Die zur Auswertung benutzten Kompetenzmodelle sind inhaltsleer und behindern die Entwicklung des Unterrichts entlang schlüssiger Curricula. Tests gut bearbeiten zu können ist eine Sache, ein Fach zu verstehen und fachliches Wissen in sinnvollen Zusammenhängen, mit denen man sich vertraut gemacht hat, anzuwenden eine andere. Für andere Fächer, insbesondere Sprache, gilt sinngemäß das Gleiche.

Erich Ch. Wittmann Qualitätsabsenkung durch Qualitätssicherung
(GDM Mitteilungen Jan 2011)

Köln Süd

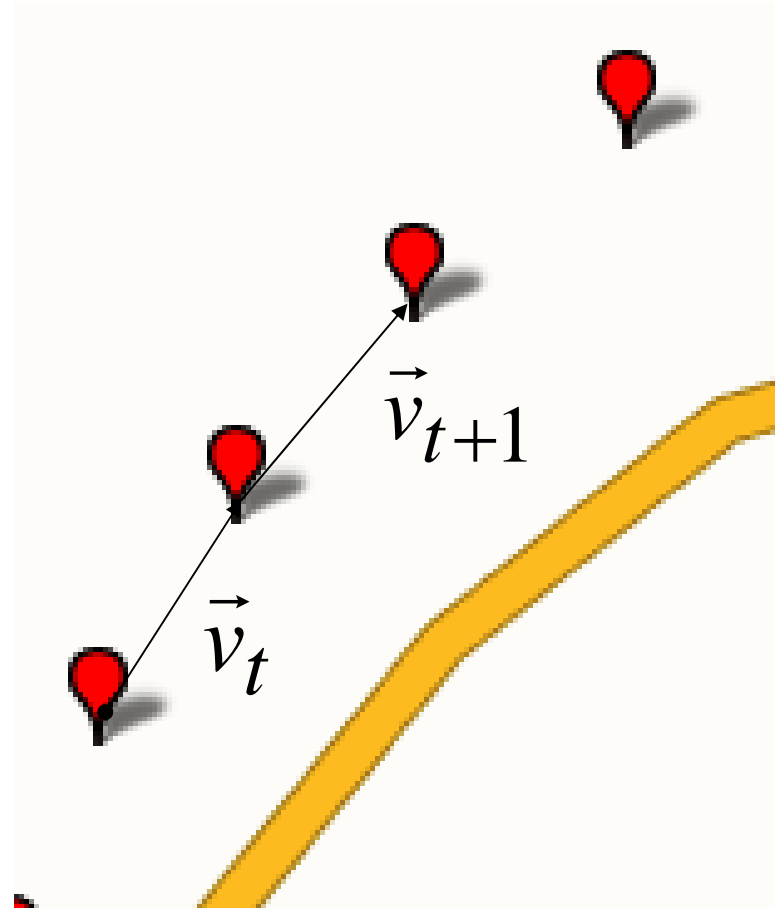


Vektoren werden nützliche Werkzeuge: Kurs, Drehgeschwindigkeit, Kurvenradius, Querbeschleunigung

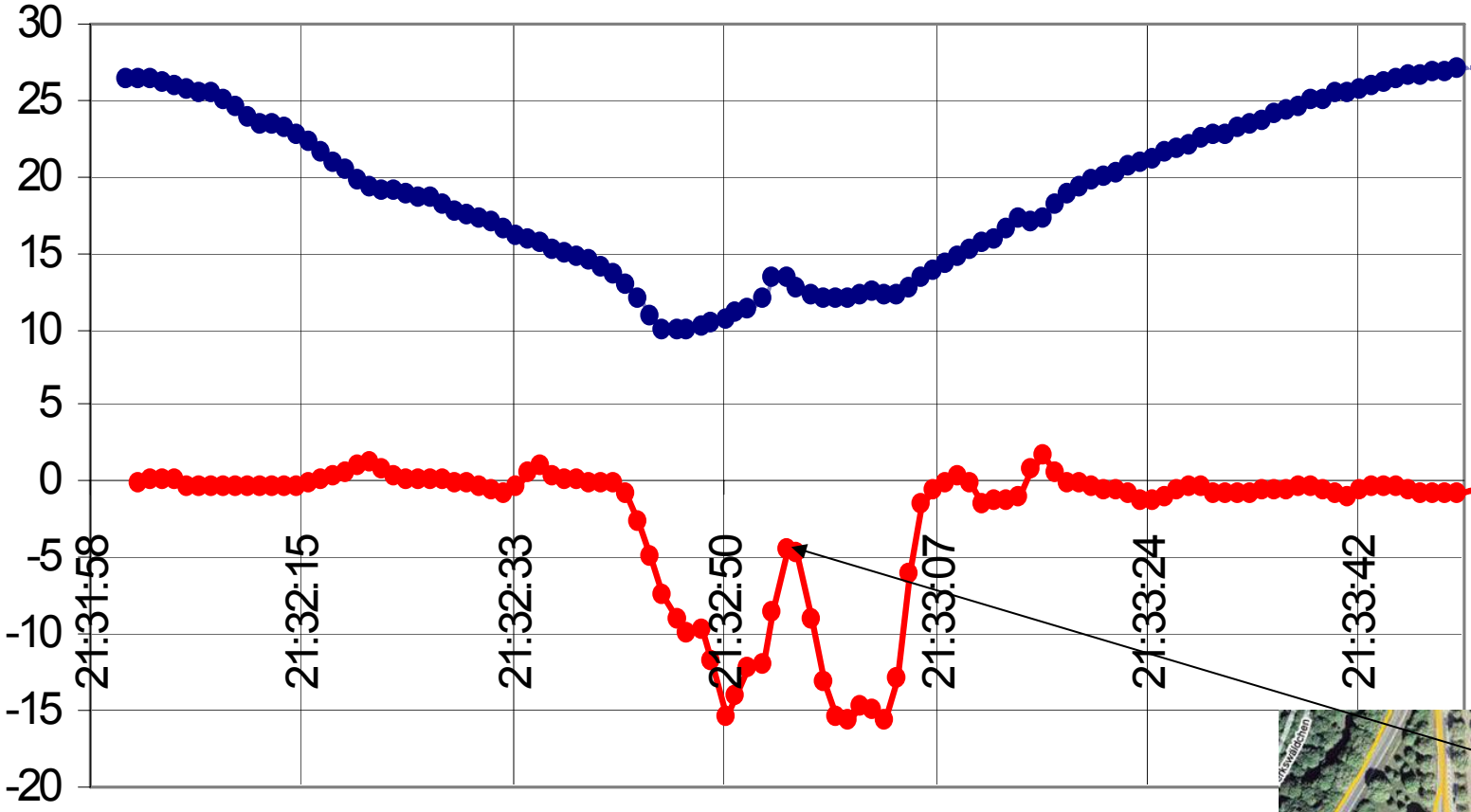


$$d\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\vec{v}_t \times \vec{v}_{t+1}}{|\vec{v}_t| \cdot |\vec{v}_{t+1}|} \right)$$

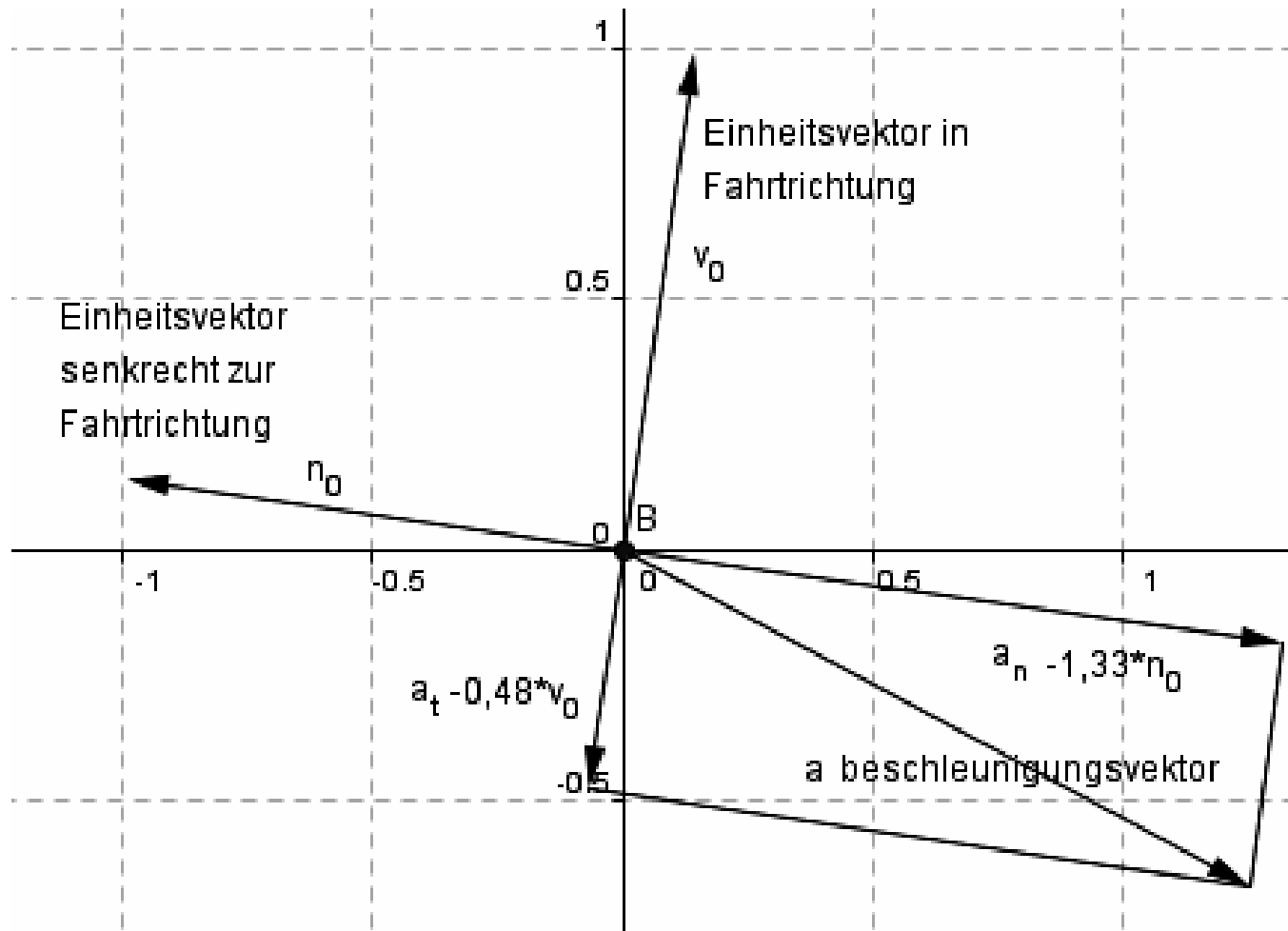
$$\alpha(t) = \alpha(0) + \int_0^t \omega(\tau) d\tau$$



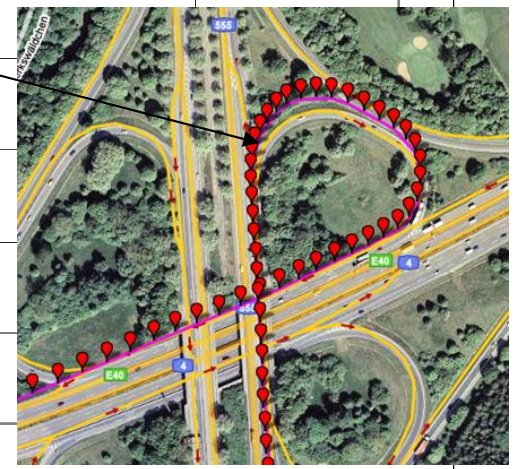
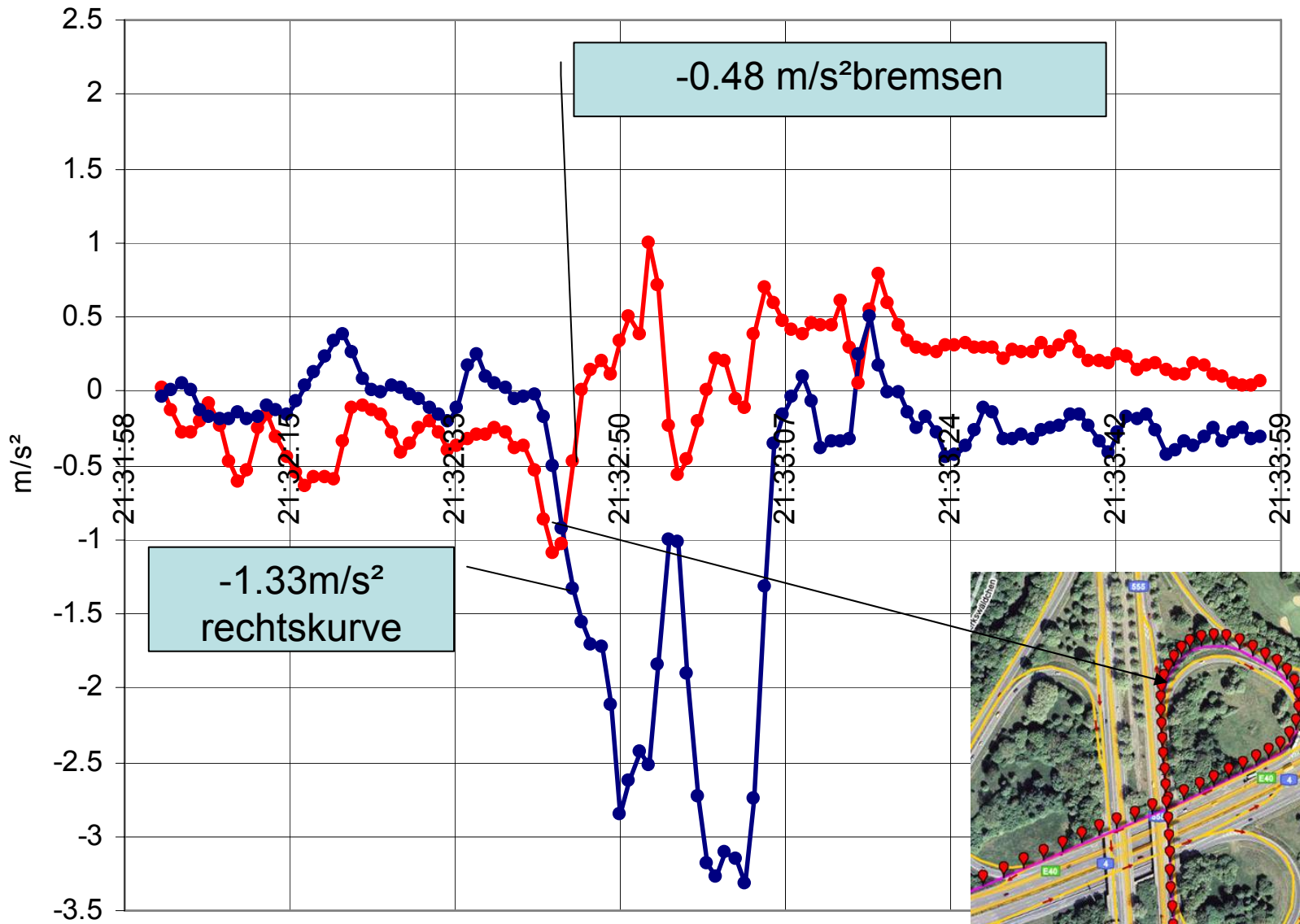
—●— geschwindigkeit (m/s) —●— drehgeschwindigkeit (°/s)



Querbeschleunigung

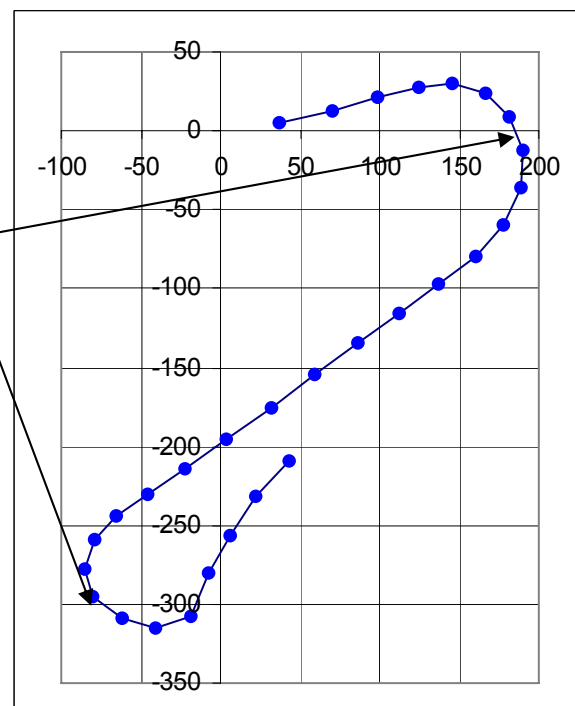
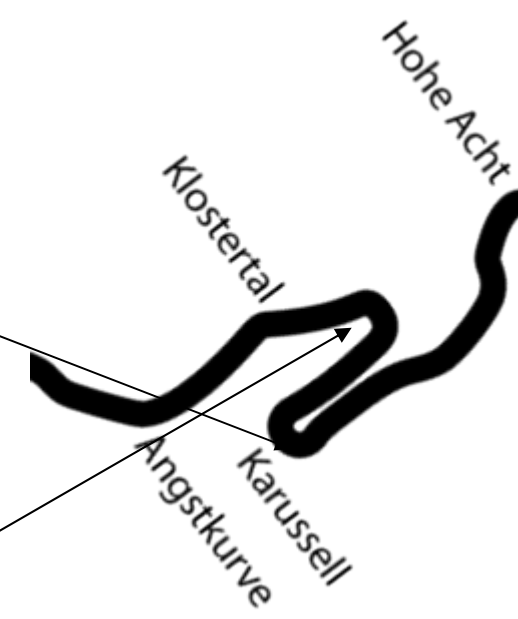
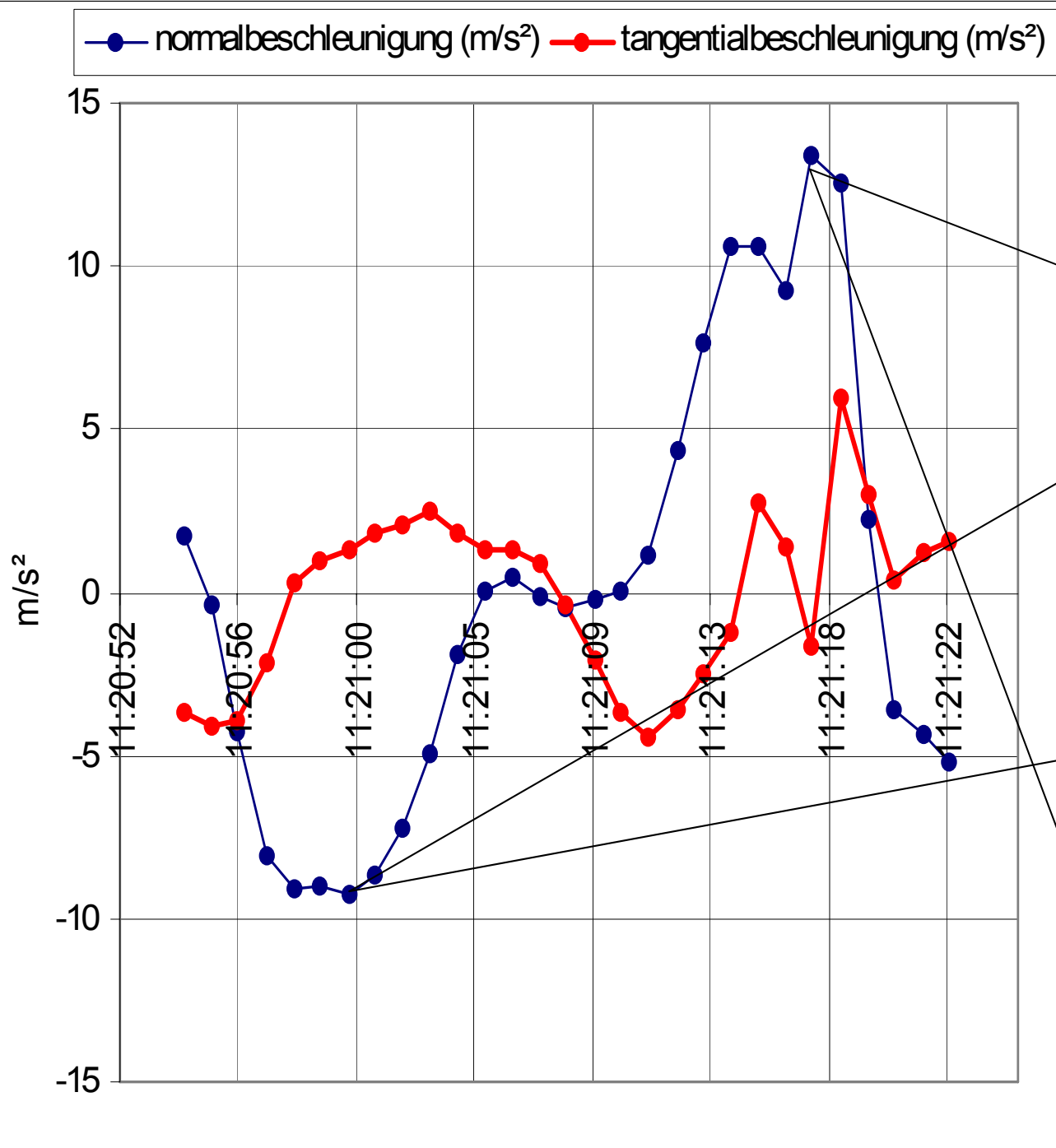


—●— a-tangential —●— a-normal

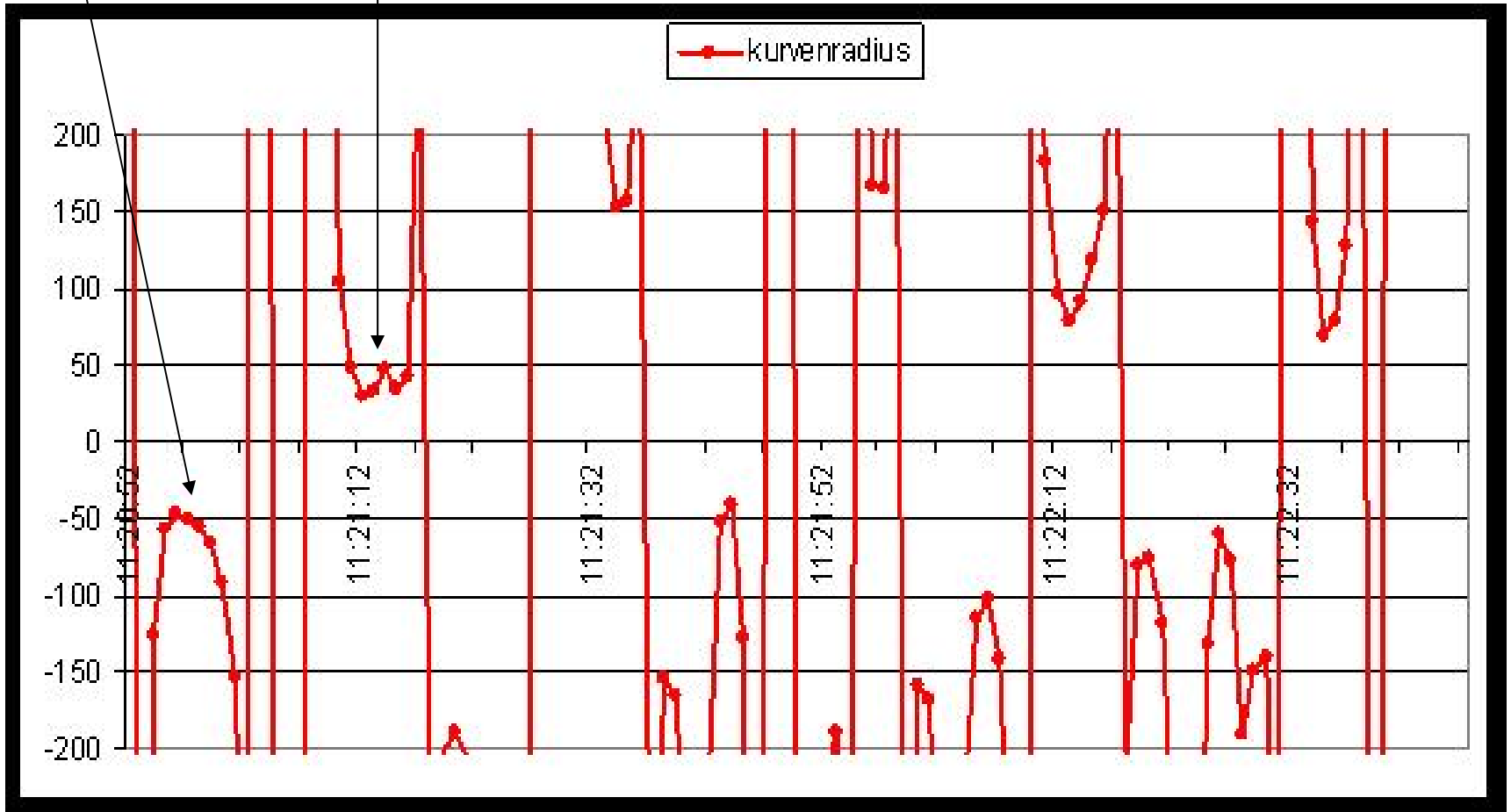




<http://www.rennstrecken.tv/strecke/nuerburgring-nordschleife/>



Angstkurve. 50m (rechts) Karussell 25m (links)



- Siegfried Lion:
Dieses GPS-Projekt finde ich großartig. Auf ein solches Projekt in einem Lehrbuch habe ich lange gewartet
- Andreas Kölling:
Ich empfinde das GPS geradezu als "Offenbarung" Im Moment sprudelt es in meinem Kopf nur von Einsatzmöglichkeiten. Und das Beste ist, dass es was zum Anpacken ist, nicht so wie die Fahrbahnen in der Physiksammlung, einfach was Reales.

Bei Lust auf eigene Experimente oder Facharbeiten/Referate

Qstarz Q1000eX (5HZ) Garmin Oregon (1HZ)



Lambacher-Schweizer Kursstufe 11/12
www.klett.de Online-Link 735301-3881
www.riemer-koeln.de (gps-tipps)

2.2 Die Ableitungsfunktion

Auftrag 1 Überflieger

Der seit 2007 eingesetzte Airbus A 380 ist das größte Passagierflugzeug der Welt. Er wird in Toulouse (Frankreich) und Hamburg-Finkenwerder gebaut.

Die Triebwerke des A 380 liefern eine Schubkraft von maximal 311 kN. Seine Masse kann beim Start bis zu 560 t betragen.



32/1

Daraus lässt sich seine Zeit-Ort-Funktion beim Start näherungsweise bestimmen:
 $s(t) = 0,28 t^2$ (s in Metern, t in Sekunden)

Wie groß ist die Geschwindigkeit 30 Sekunden nach Beginn des Startvorgangs?

Um abzuheben, muss das Flugzeug eine Geschwindigkeit von $280 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreichen. Wie lange dauert das? Wie lang muss demnach eine geeignete Startbahn sein?

Airbus A320



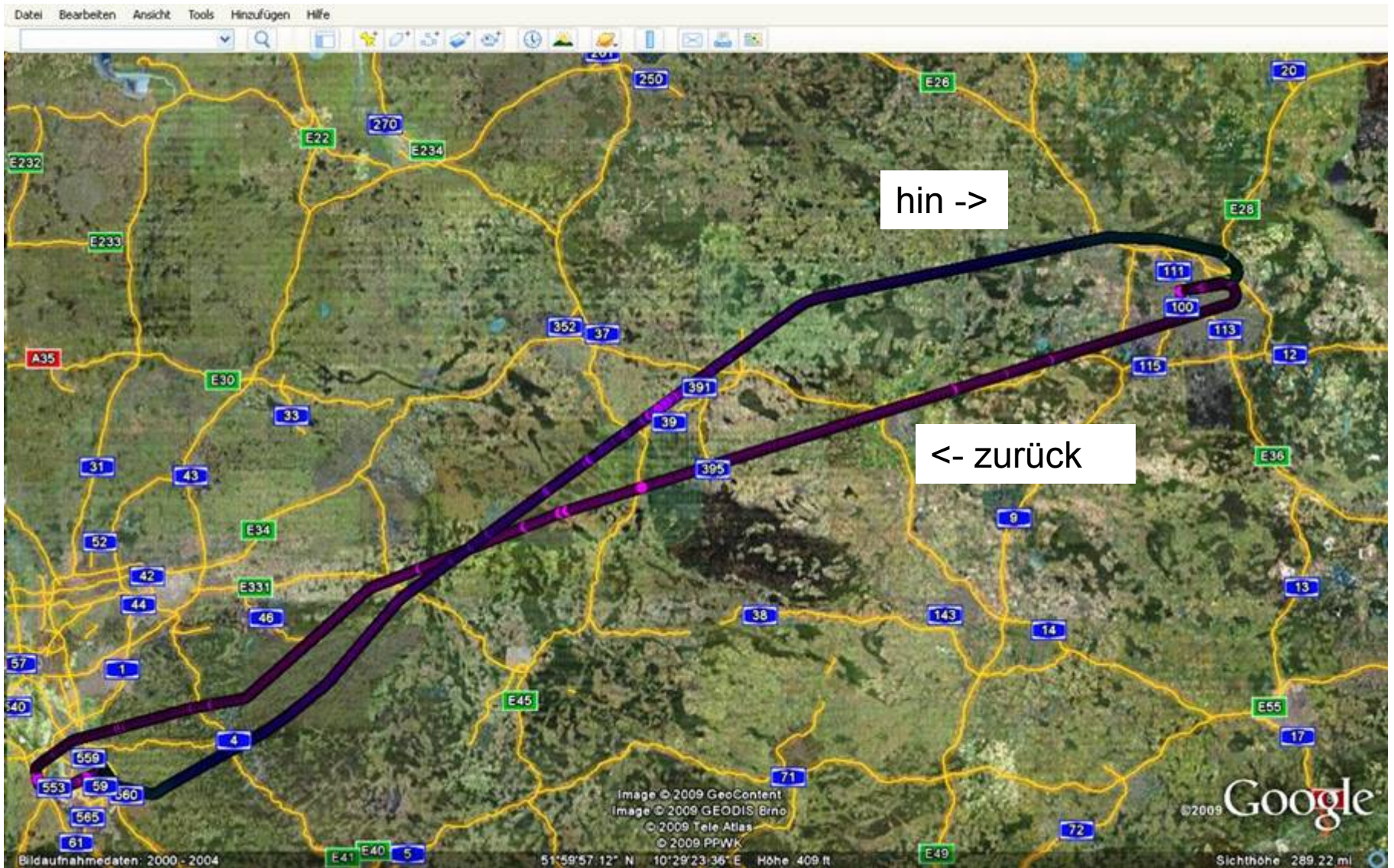
$$a = F/m$$
$$= 245000\text{N} / 73500\text{kg}$$
$$= 3,3\text{m/s}^2$$

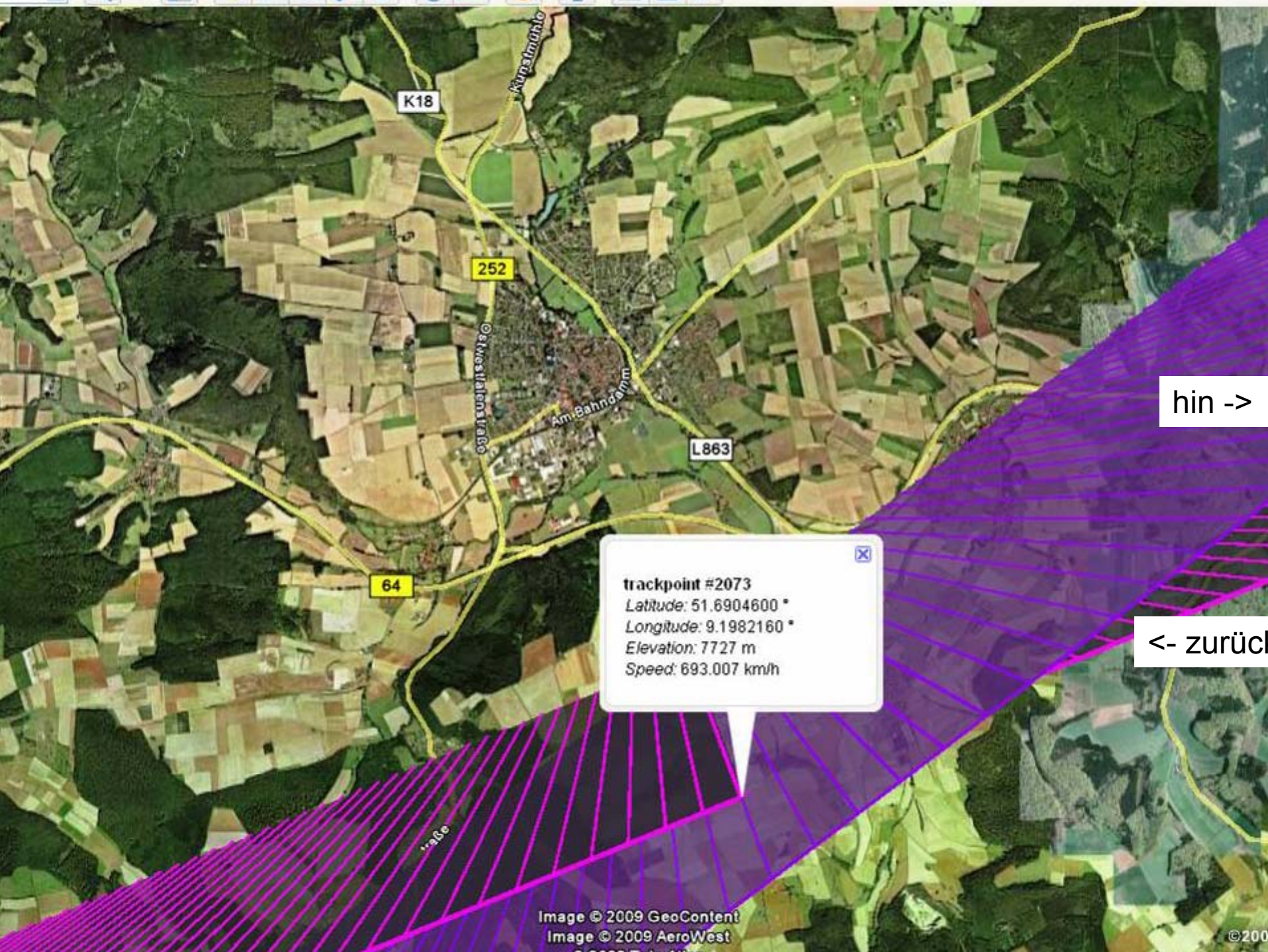
Max. Abflugmasse:	73.500 kg
Max. Landemasse:	64.500 kg
Leergewicht:	37.230 kg
Tankinhalt (Kerosin):	18.700
Treibstoffverbrauch pro Flugstunde:	2.500 kg/h
Max. Reichweite:	5.500 km
Max. Reiseflughöhe:	39.800 ft
Triebwerke:	CFM56-5B
Max. Standschub:	2x27.000 lbs
Abhebegeschwindigkeit (voll):	285 km/h
Landegeschwindigkeit:	248 km/h
Reisegeschwindigkeit:	858 km/h



888 // 10. // 1238/23858

= 245000 N





K18

252

Westfalenstraße

Am Bahndamm

L863

64

trackpoint #2073
Latitude: 51.6904600 *
Longitude: 9.1982160 *
Elevation: 7727 m
Speed: 693.007 km/h

hin ->

<- zurück



trackpoint #3663
Latitude: 52.5619090 °
Longitude: 13.3098320 °
Elevation: 55 m
Speed: 254.8 km/h
Time: 2009-04-13 07:10:25



Landung Berlin 254km/h

© 2009 Tele Atlas

Image © 2009 AeroWest

© 2009 Google

52°33'42.45" N 13°18'36.89" E Höhe 97 ft

Sichthöhe 710 ft

trackpoint #3237

Latitude: 50.8917580 °

Longitude: 6.8104110 °

Elevation: 1151 m

Speed: 415.822 km/h

Time: 2009-04-11 15:54:33

Landeschleife über Hürth bei Köln Kurvenradius 2000m

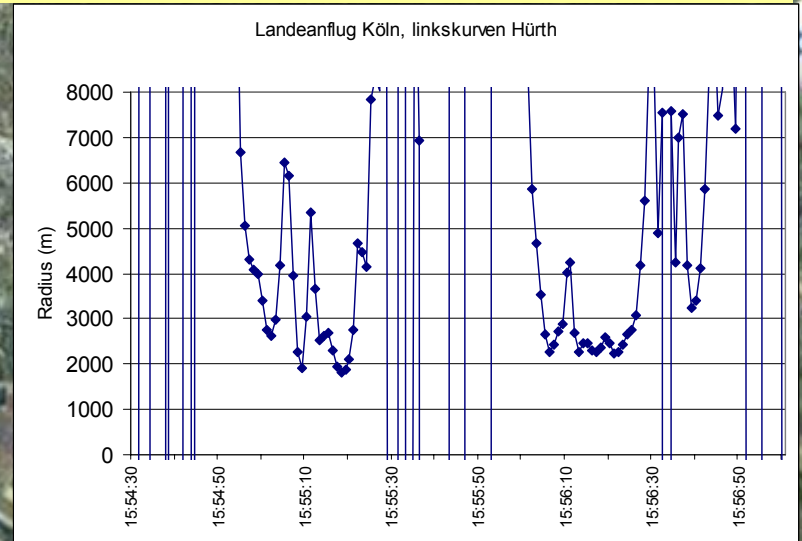
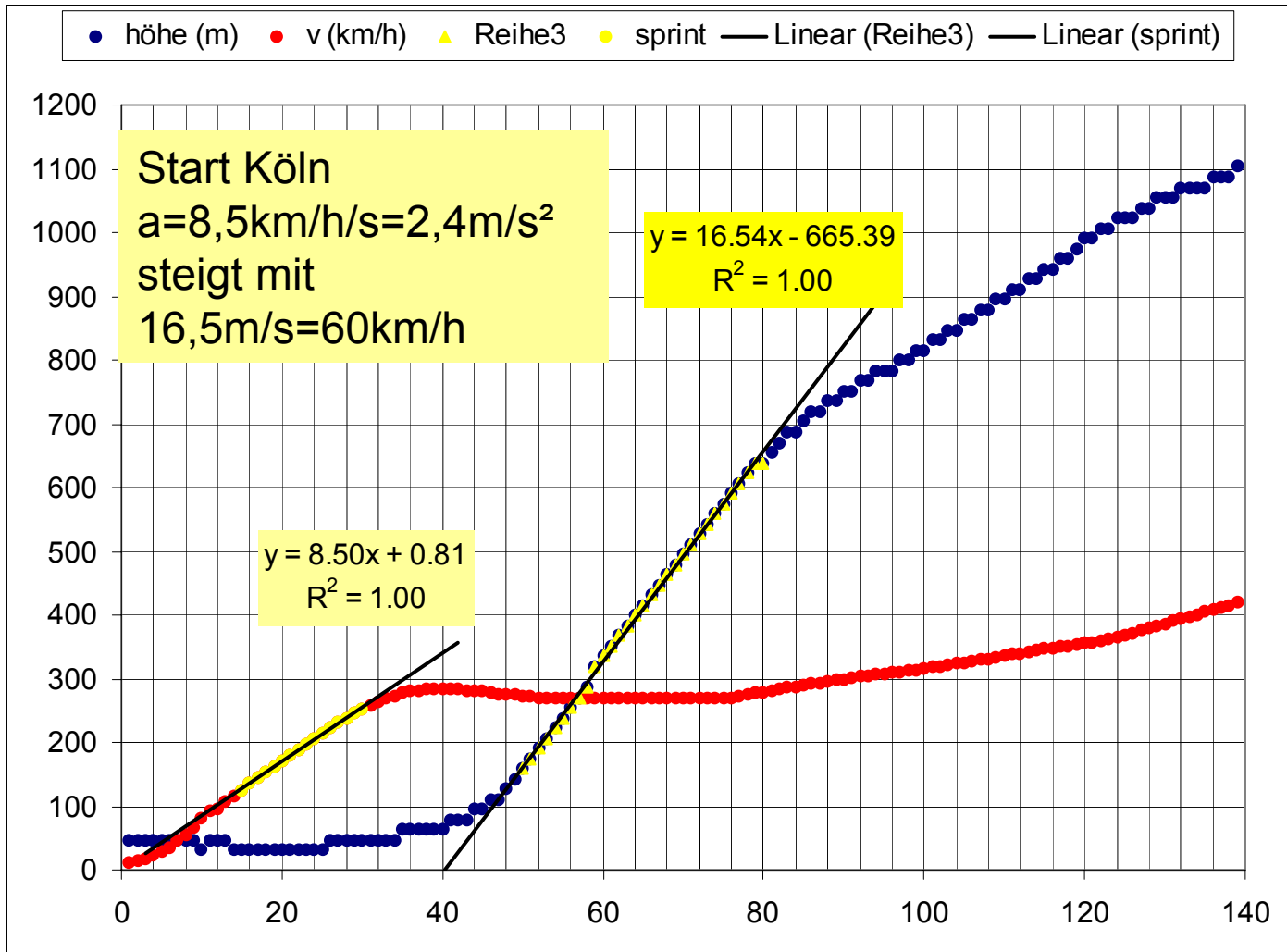


Image © 2009 GeoContent
Image © 2009 AeroWest

© 2009 Google

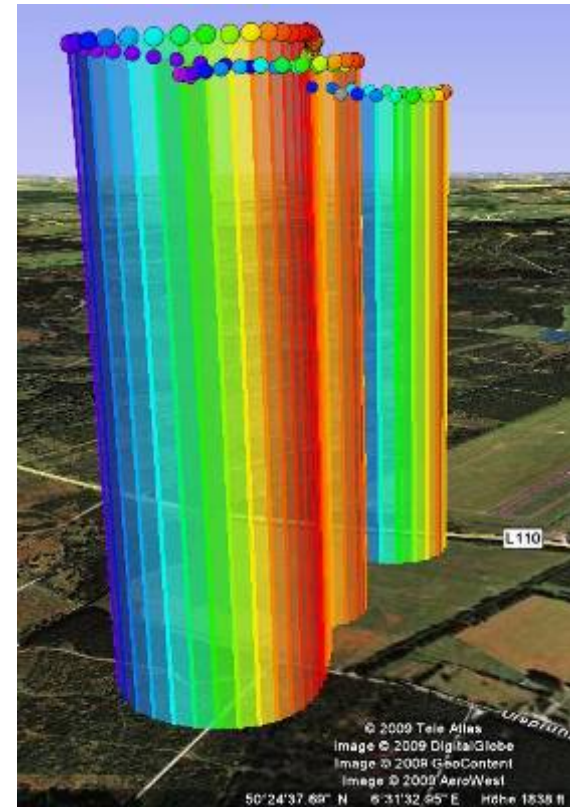
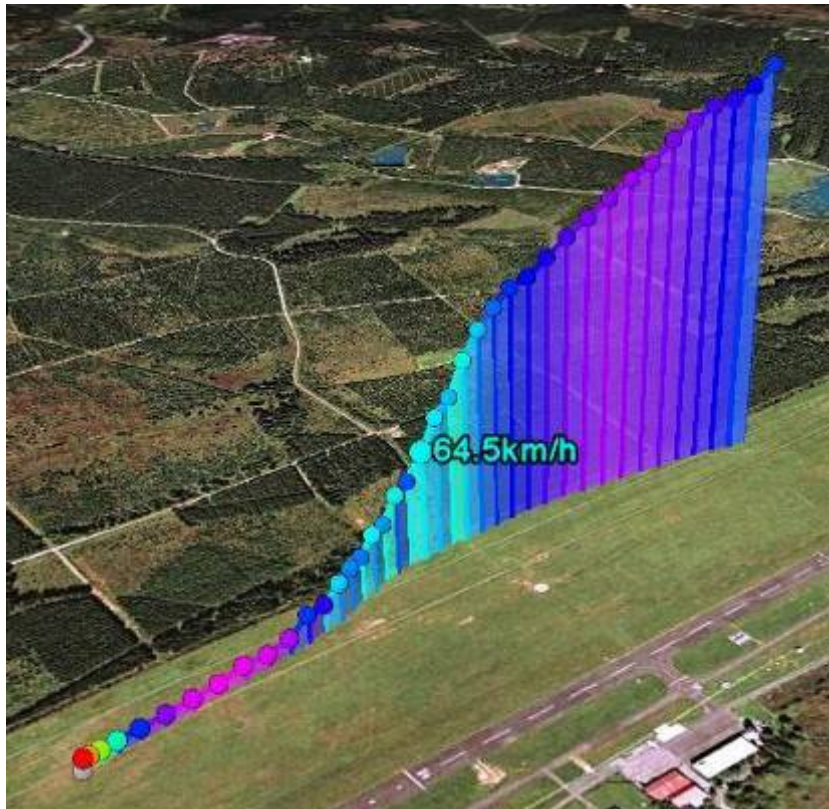
50°52'04.67" N 6°57'58.32" E

Sichthöhe 16.17 mi





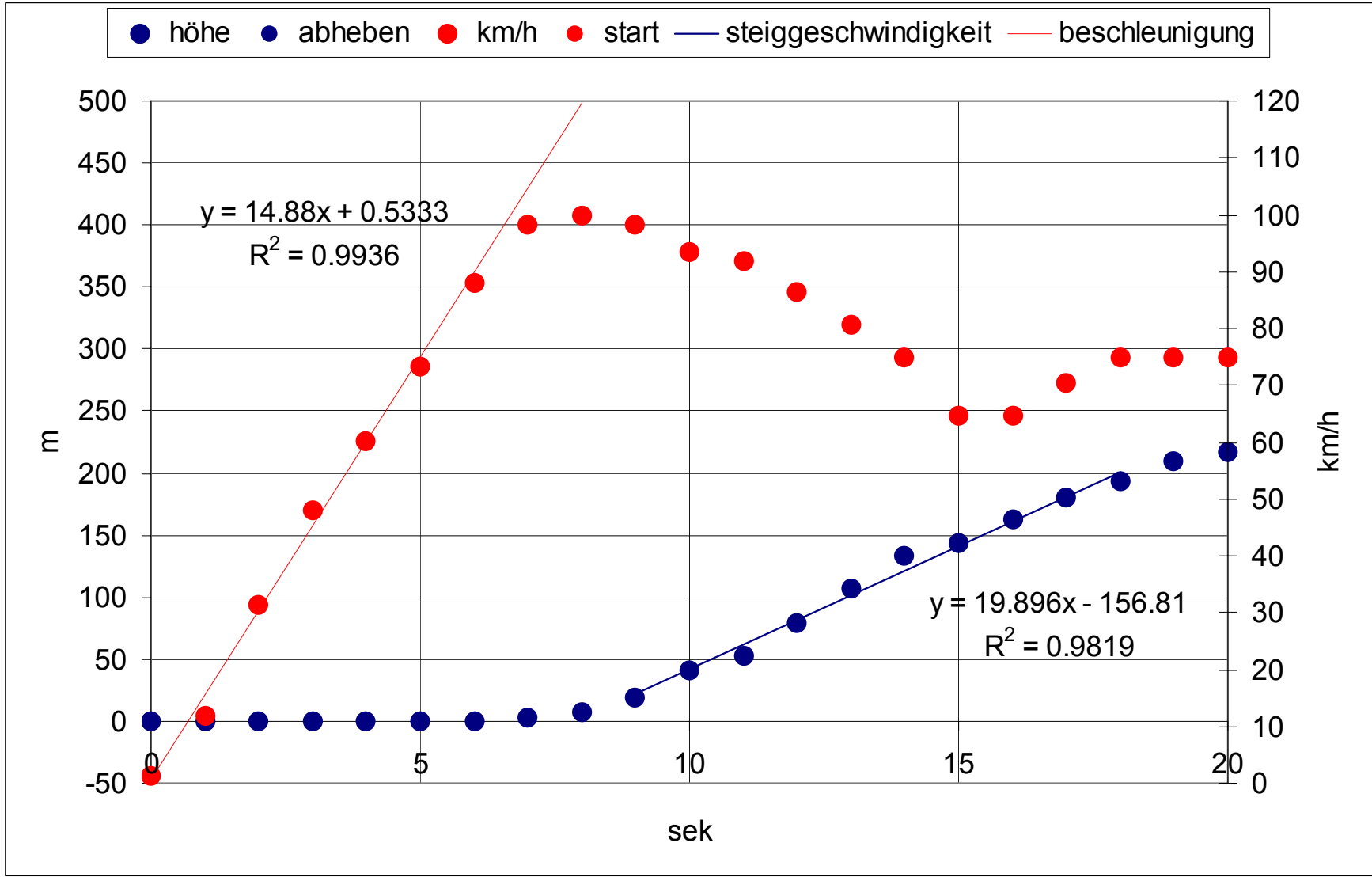
Nach 6.9s mit 100km/h 30° nach oben



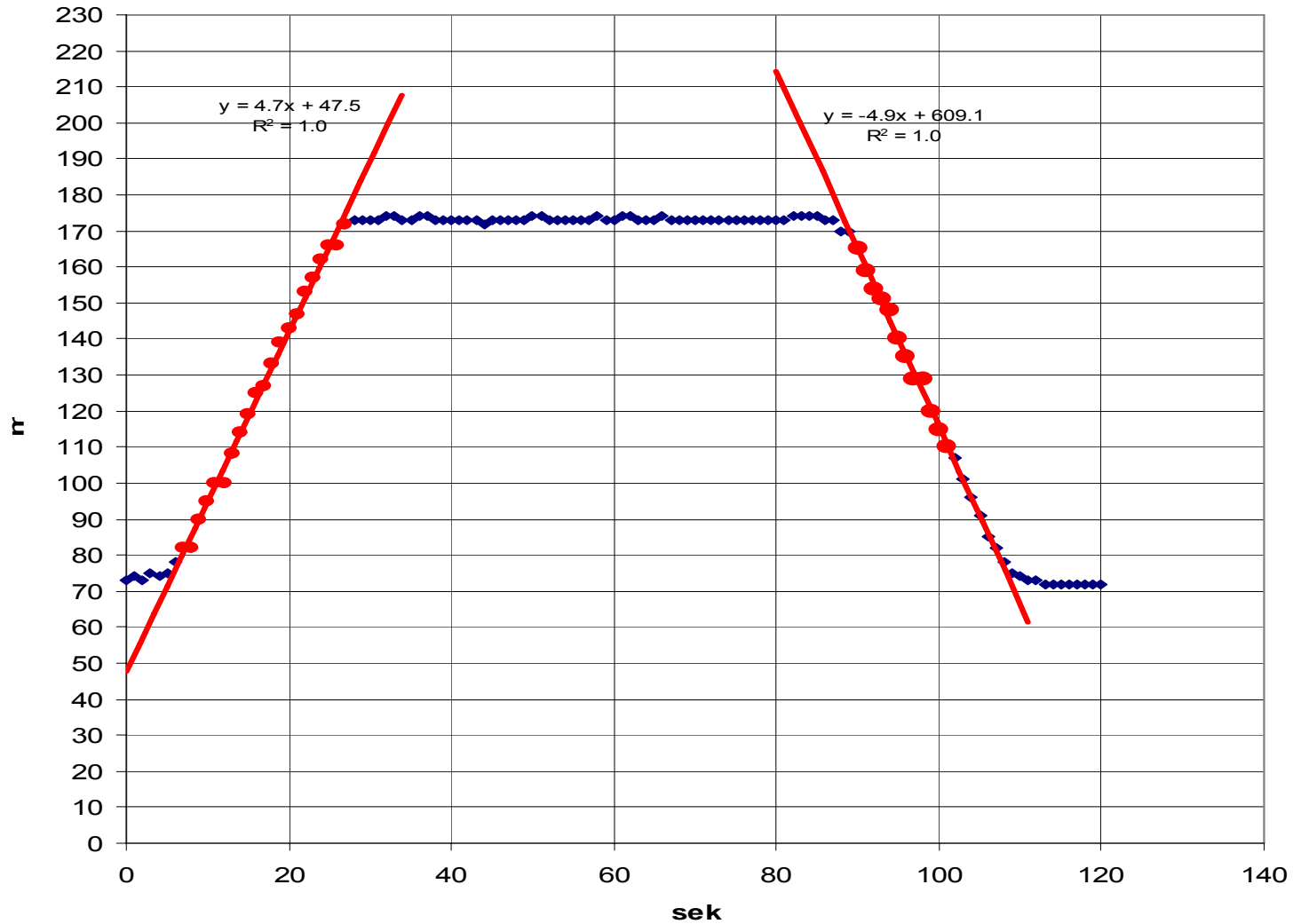
				Abheben			
	Schub (t)	Masse (t)	a (m/s ²)	km/h	sek	m	
G 103 Segler	1.6	0.4	4	100	7	96	
A320	245	74	3.3	285	24	940	
A380	311	560	0.55	280	140	5400	

- Die für den A380 um knapp 600 Meter auf insgesamt fast 3,3 Kilometer verlängerte Piste im Stadtteil Finkenwerder übergab Hamburgs Wirtschaftssenator Gunnar Uldall (CDU) am Montag offiziell an Airbus Deutschland, wie das Unternehmen mitteilte.

Je höher desto langsamer: Potentielle und kinetische Energie



aufzug mediapark köln osman 30 (30 etagen)



Mit Excel hast Du den Hauptsatz bewiesen,
ohne es zu merken - erkläre!

$$s_{100} - s_0 =$$

$$(s_{100} - s_{99}) + (s_{99} - s_{98}) + \dots + (s_1 - s_0) =$$

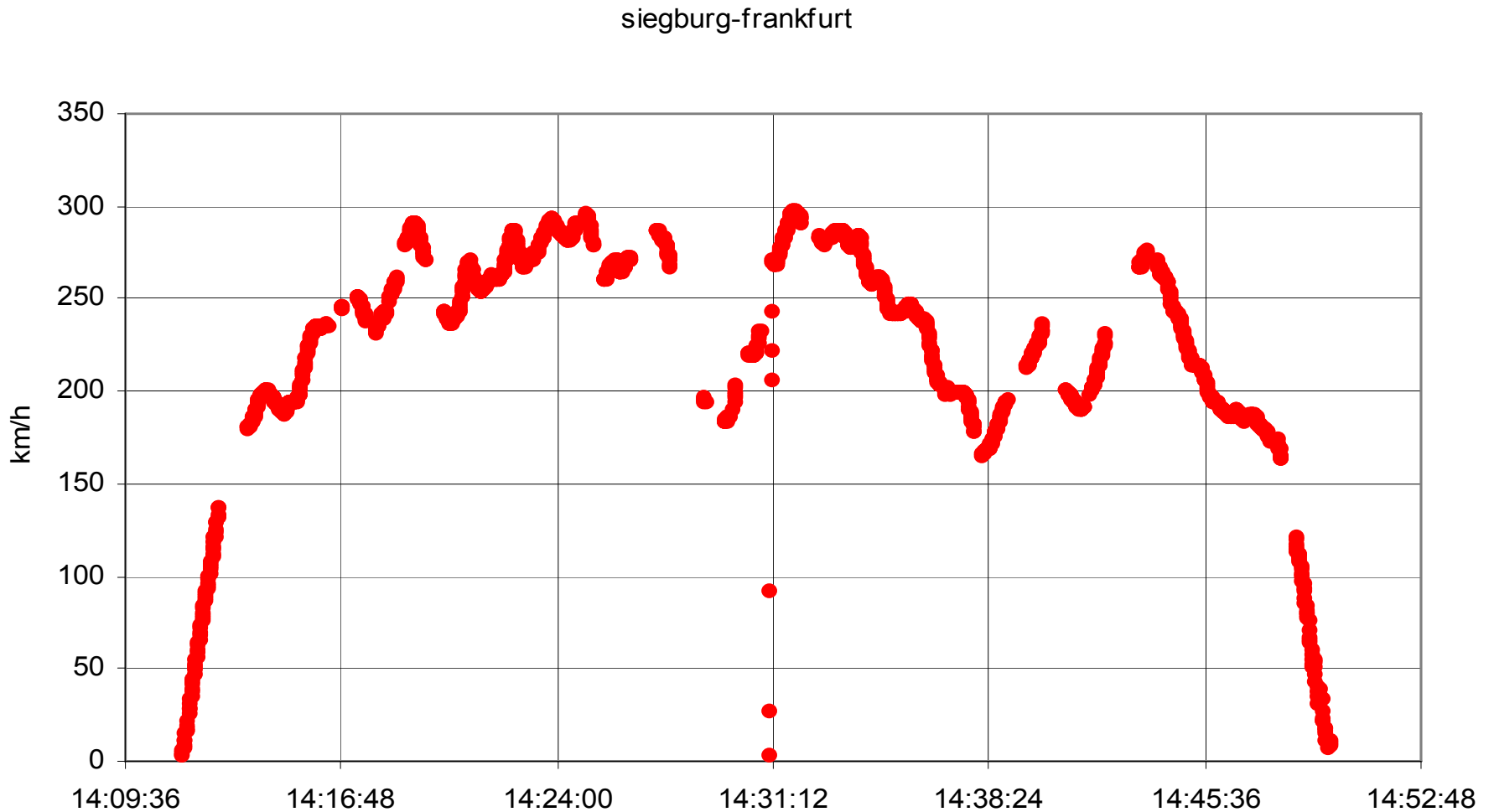
$$\frac{s_{100} - s_{99}}{\Delta t} \cdot \Delta t + \frac{s_{99} - s_{98}}{\Delta t} \cdot \Delta t + \dots + \frac{s_1 - s_0}{\Delta t} \cdot \Delta t =$$

$$v_{100} \cdot \Delta t + v_{99} \cdot \Delta t + \dots + v_2 \cdot \Delta t + v_1 \cdot \Delta t$$

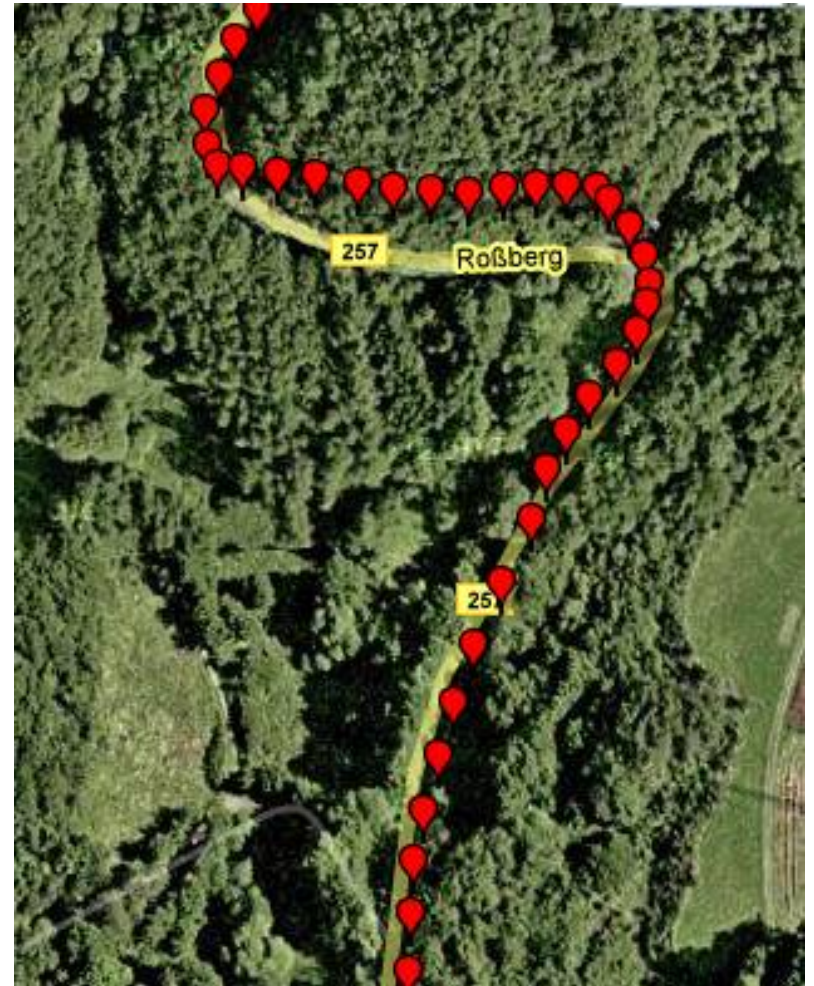
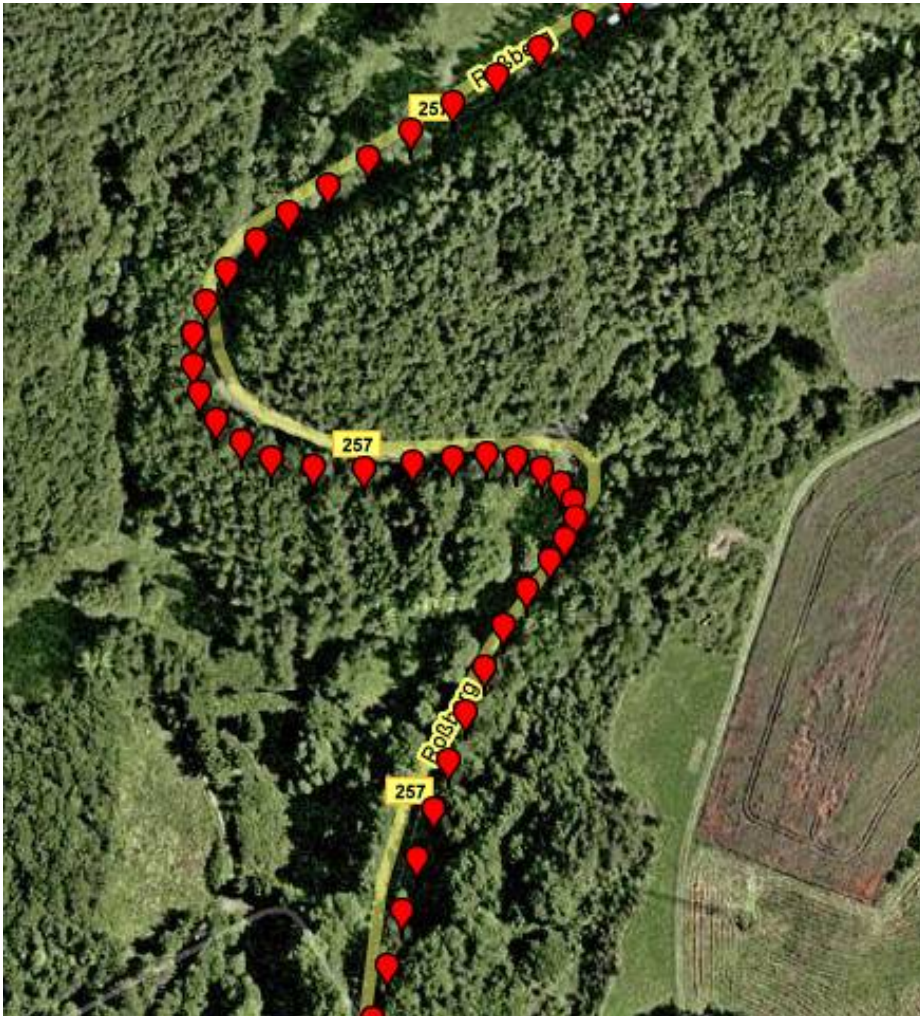
$$s(t_{100}) - s(t_0) = \int_{t_0}^{t_{100}} v(t) dt \quad [s(t)]_a^b = \int_a^b v(t) dt, \text{ wobei } s' = v$$



ICE Siegburg-Frankfurt

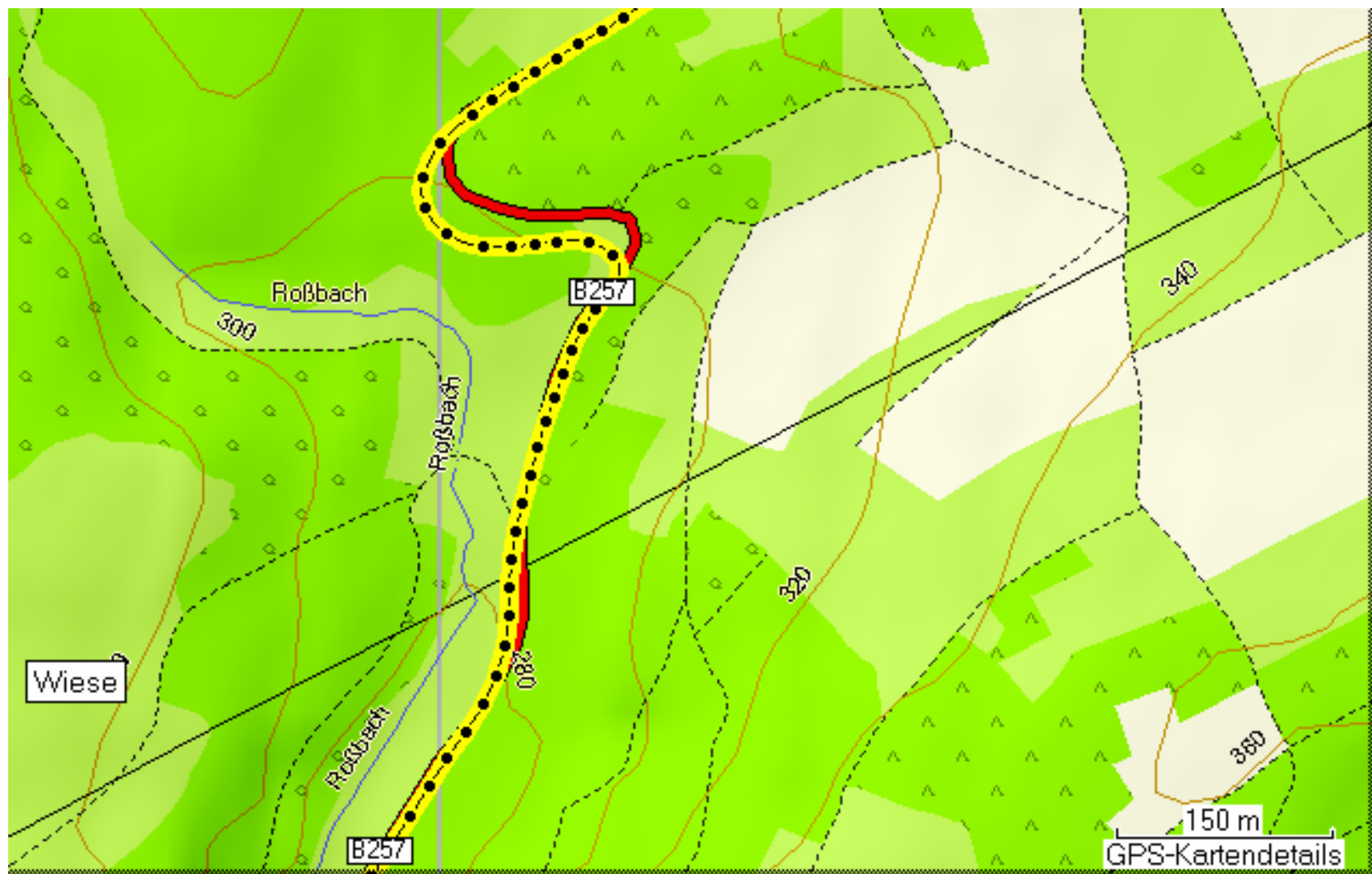


Kahlenborn-Altenahr ...?



Hallo, Herr Riemer,

- Die Navi-Spur auf/neben den Altenahr-Serpentinen scheint mir recht exakt parallel verschoben zur Straße zu verlaufen. Wenn das GPS-Gerät träge reagiert und extrapoliert, dann käme das Fahrzeug also von oben und wird aus der ersten Kurve herausgetragen.
- Soweit o.k., aber dann, in der zweiten Kurve, spürt das Navi den Richtungswechsel nach rechts schon vor der Kurve! ? Wie ich ja bei der Karte von Oberau schon anmerkte, sind die Google Karten nicht gerade der Ausbund an Genauigkeit. Vielleicht spielt auch die Steigung der Serpentine eine Rolle?



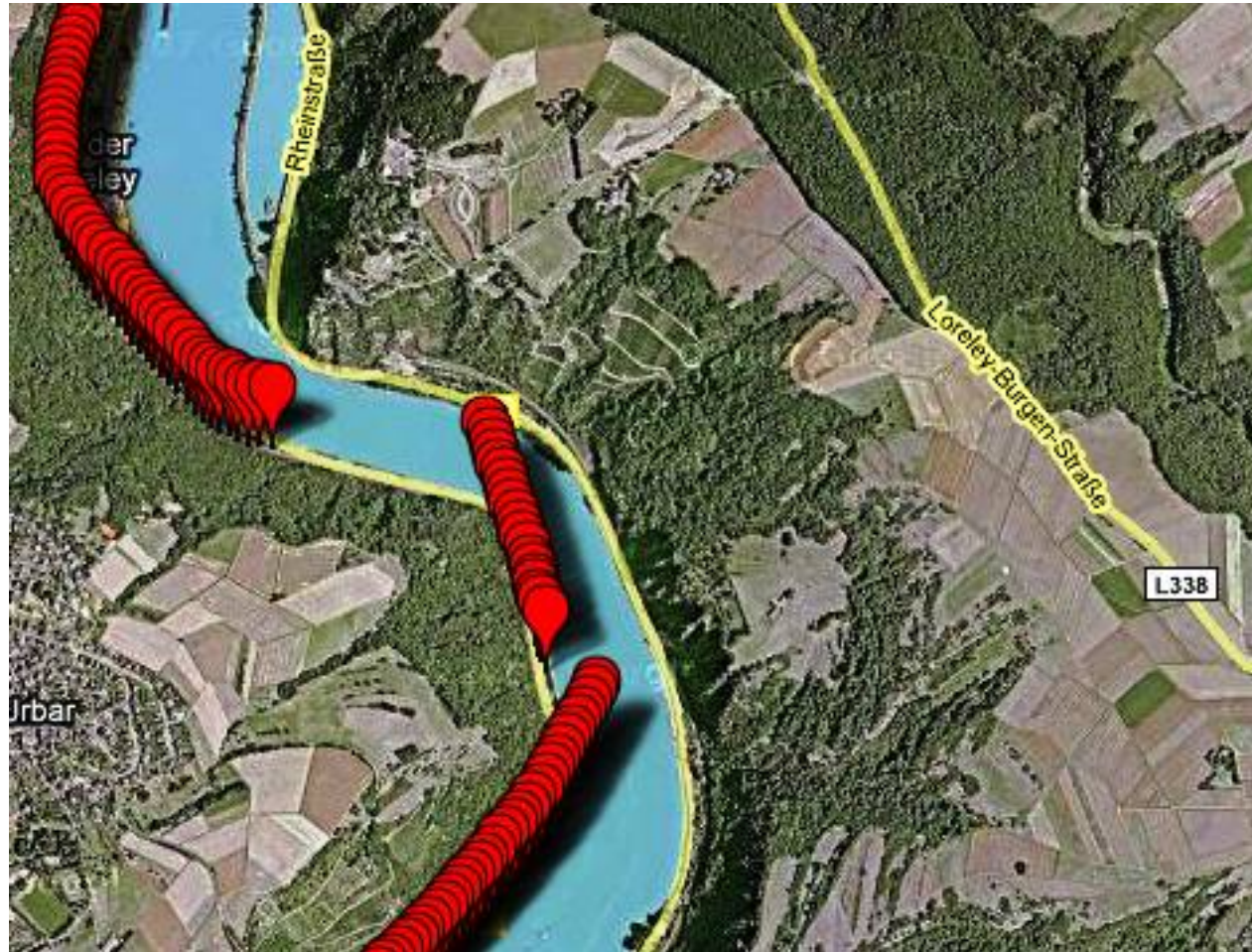
Hallo, Uwe,

- nein, an der Ungenauigkeit von Google liegt's nicht, ich habe die superpräzise Topo-Deutschland-Karte des Landesvermessungsamtes installiert und die mit dem Garmin-Trekking-Navi aufgezeichnete Spur visualisiert. Auch diese Spur liegt "voll neben" der Straße.
- ... möglicherweise werden schnelle Querbeschleunigungen erst verspätet registriert, dann aber in der Größe präzise ausgewertet. Wenn man dann nach der Kurve langsamer geworden ist, bekommen die Navis die Querbeschleunigung (in der anderen Richtung) dann sehr genau mit. Insgesamt ist die "Seitwärtsversetzung" der Fahrspur dann exakt.

Hallo Herr Riemer,

- stimmt, das ist, als wenn man einen trägen GPS-Sack an einem Gummiband hinter sich herzieht. In der zweiten Kurve fegt der nicht nach rechts über die Leitplanke, weil er Mühe hat aus der überschießend rechten Position hinterherzukommen, drum kürzt er sogar ab.
- Das Navi ermittelt also nicht neutral die Position, sondern setzt sie jeweils mit den vorigen in Relation und hält "geradeaus mit konstanter Geschwindigkeit" für normal und wichtiger als den tatsächlichen augenblicklichen Standort.
- Wahrscheinlich gleichen die so die relative Ungenauigkeit aus, die uns die Ami-Militärs da reinflunkert. Demnach wäre im Vergleichstest auf Ihrem Balkon das Garmin nur "besser", weil es auf Trägheit setzt, während das andere Gerät die tatsächlich empfangenen Koordinatenschwankungen real darstellt?

IC Lorelei



GPS ist DAS Messgerät

das wir uns schon seit 100 Jahren wünschen . . .

- Realität kommt ins Klassenzimmer
Begriffe werden lebendig
Funktionen werden messbar
- Modelle werden überprüfbar
(Modellieren ohne Realität = Würstchen ohne Senf)
- Mathe wird nützliches Werkzeug
- Es entstehen Anlässe zum *Begründen*
- die „eindimensionale“ Analysis wird
zwei/dreidimensional